

1904.

N. 8.

ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT VON

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. FOCKENDORFF, C. UND E. WIEDERMAN.

VIERTE FOLGE.

BAND 14. HEFT 3.

MIT GANZER KETTE 310, BAND 14. HEFT 3.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND BESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT ZWEI TAFELN.



LEIPZIG, 1904.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in
15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.*

(Ausgegeben am 12. Juli 1904.)

Inhalt.

1. A. Wehnelt. Über den Austritt negativer Ionen aus glühenden Metallverbindungen und damit zusammenhängende Erscheinungen.	575
2. R. Wachsmuth. Labialpfeifen und Lamellentöne. (Hierzu Taf. II.)	580
3. J. Stark. Über die Entstehung der elektrischen Gasspektren	582
4. F. Hack. Das elektromagnetische Feld in der Umgebung eines linearen Oszillators	589
5. Franz Joseph Koch. Über eine Einrichtung zur Erzeugung hochgespannten Gleichstromes im Anschluß an eine Wechsel- oder Gleichstromquelle	547
6. W. Voege. Über den Zusammenhang von Schlagweite und Spannung	558
7. G. van Dijk und J. Kunst. Eine Bestimmung des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers.	569
8. Georg W. A. Kahlbaum. Über die Veränderlichkeit des spezifischen Gewichtes. 1. Die Änderung des spezifischen Gewichtes beim Drahtziehen	576
9. P. G. Gundry. Über erzwungene Schwingungen eines polarisierbaren Quicksilbertropfens. (Hierzu Taf. III.)	590
10. H. Tallqvist. Über einige aperiodische Stromvorgänge	602
11. G. Bakker. Bemerkung über die Theorie der Oberflächenspannung von H. Hulshof	609
12. J. A. Vollgraff. Zur Elastizitätstheorie (Kritik der Saint-Venant'schen Methode)	620
13. Max Wien. Bemerkung zu der Abhandlung von Hrn. Drude: „Über die induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf Perioden- und Dämpfungsmessung, Testtransformatoren und drahtlose Telegraphie“	624
14. Raphael Ed. Liesegang. Über die optischen Eigenschaften entwickelter Lippmann'scher Emulsionen	630
15. W. Wien. Über die Differentialgleichungen der Elektrodynamik des Herrn E. Cohn	632
16. W. Wien. Erwiderung auf die Kritik des Hrn. M. Abraham	635
17. R. Gans. Zur Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper“	638
Ergänzung zu der Arbeit von H. Schuh, zur Demonstration oscillatorischer Flaschenentladungen	640

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Giessen, Nahrungsborg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung der Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortgeschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl anzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.



ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 14.

1. *Über den Austritt negativer Ionen¹⁾ aus glühenden Metallverbindungen und damit zusammenhängende Erscheinungen;* von A. Wehnelt.

Inhalt: I. Qualitative Untersuchung von Metallverbindungen auf ihre Fähigkeit, im glühenden Zustande den Kathodenfall herabzusetzen.

II. Quantitative Untersuchung über den Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die elektrische Strömung in Gasen. A. Versuchsanordnung zur Messung der Temperaturen. B. Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die unselbständige Strömung. 1. Versuche bei Atmosphärendruck. 2. Versuche bei niederen Drucken. 3. Ergebnisse und Folgerungen. C. Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die selbständige Strömung. 1. Glühende Metalloxyde als Kathoden. 2. Glühende Metalloxyde als Anoden. 3. Ergebnisse und Folgerungen.

III. Benutzung heißer Metalloxyde zur Erzeugung sehr weicher Kathoden- und Kanalstrahlen.

IV. Stromverteilung an einer glühenden, nur teilweise mit Oxyd bedeckten Kathode.

V. Resultate.

Über die Bildung positiver und negativer Ionen an glühenden reinen Metallen liegt eine Fülle älterer und neuerer Abhandlungen vor.²⁾ Dieselben behandeln die Abhängigkeit der Ionenbildung von der Temperatur, von der Natur und der Reinheit der untersuchten Metalle, sowie vom Druck und der Art der verwandten Gase.

In einer kürzeren Mitteilung³⁾ habe ich gezeigt, daß nicht nur die Metalle, sondern auch eine ganze Reihe von Metalloxyden im glühenden Zustande Ionen aussenden, und zwar in

1) Mit Ionen bezeichne ich allgemein die die in Elektrizitätsleitung Gasen vermittelnden positiven und negativen Teilchen.

2) Ausführliche Literaturangaben sind z. B. enthalten in J. J. Thomson, *Conduction of Electricity through gases* p. 155—192.

3) A. Wehnelt, *Sitzungsber. d. physik.-med. Soc. Erlangen* p. 150 bis 158. 1903.

viel stärkerem Maße als die reinen Metalle. Hiermit in innigem Zusammenhange hat sich die Tatsache ergeben, daß glühende Metalloxyde den Kathodenfall im Vakuum stark herabsetzen.

Eine Reihe von Erscheinungen, die mit dieser Ionenbildung zusammenhängt, habe ich in zwei weiteren Mitteilungen¹⁾ beschrieben. Den Ausgangspunkt dieser Untersuchungen bildete eine gelegentliche Beobachtung von Hrn. Prof. E. Wiedemann, welcher fand, daß aus glühenden Drähten im Vakuum häufig bei abnorm [niedrigen Potentialdifferenzen dünne Kathodenstrahlenbündel austreten.

In der vorliegenden Abhandlung sollen die von mir angestellten älteren und neueren Versuche über die Aussendung von Ionen durch heiße Metalloxyde, sowie die damit zusammenhängende Herabsetzung des Kathodenfalles der Glimmentladung ausführlicher beschrieben werden.

I. Qualitative Untersuchung von Metallverbindungen auf ihre Fähigkeit, im glühenden Zustande den Kathodenfall herabzusetzen.

Erhitzt man einen Platindraht oder Kohlenfaden im Vakuum, so ist sein Verhalten, je nachdem er als Anode oder Kathode dient, wesentlich verschieden. W. Hittorf²⁾ und später E. Goldstein³⁾ fanden, daß bei weißglühender Kathode, gleichgültig ob dieselbe aus Metall oder Kohle bestand, der Kathodenfall verschwand, so daß bereits bei geringen Potentialdifferenzen Ströme durch Gase gingen bei so niedrigen Drucken, daß bei nicht weißglühender Kathode selbst die hoch gespannten Entladungen eines Induktoriums nicht durch das Rohr zu gehen vermochten.

Beide Forscher fanden weiter, daß eine starke Erhitzung der Anode keinen Einfluß auf das Entladungspotential hat.

Quantitativ wurden diese Verhältnisse in neuerer Zeit von J. A. Cunningham⁴⁾ untersucht. Er findet, daß der Kathodenfall bis zu Temperaturen von 1600° C., abgesehen von kleinen Abweichungen, der normale bleibt, bei weiter ge-

1) A. Wehnelt, Verhandl. d. Deutsch. physik. Gesellsch. 5. p. 255 bis 258 und p. 423—426. 1903.

2) W. Hittorf, Wied. Ann. 21. p. 119. 1884.

3) E. Goldstein, Wied. Ann. 24. p. 79—92. 1885.

4) J. A. Cunningham, Phil. Mag. (7) 4. p. 684—703. 1902.

steigert Temperatur jedoch schnell zu sehr niedrigen Werten sinkt, während der Anodenfall nur sehr wenig mit zunehmender Temperatur abnimmt.

Verwendet man als glühende Kathoden nicht sehr sorgfältig gereinigte Platindrähte, so ergibt sich aus meinen Versuchen häufig schon bei Temperaturen von ca. 800° ein abnorm niedriger Kathodenfall.

Ich habe nun untersucht, welche Verunreinigungen¹⁾ eine so starke Erniedrigung des Kathodenfalles veranlassen und gefunden, daß eine ganze Reihe von Metallverbindungen (besonders Oxyde, jedoch auch Fluoride, Chloride etc.) in dieser Beziehung wirksam sind.

Versuchsordnung. Zur Untersuchung der Metalloxyde auf ihre Fähigkeit, im Glühzustande den Kathodenfall herabzusetzen, diente folgende Einrichtung.

In einem Entladungsrohr *R* (Fig. 1 (a)) befand sich eine lange Schieferplatte *P*, auf welcher zwei Reihen von Klemmen *k* angebracht waren, welche, wie aus Fig. 1 (c) zu ersehen, zur Befestigung schmaler Platinstreifen *p* (3 cm lang, 0,2 cm breit und 0,03 cm dick) dienten. Die eine Reihe Klemmen *k* war unterhalb der Schieferplatte miteinander leitend verbunden, während jede Klemme der anderen Reihe unterhalb der Schieferplatte mit einem Kupferdraht *D* (Fig. 1 (c)) verbunden war. Das Rohr *R* hatte elf Seitenröhren *r*, in die von unten starke

Kupferdrähte gekittet waren, und die im übrigen mit Quecksilber gefüllt waren.

In die ersten zehn Seitenröhren *r* tauch-

ten die zehn Zuleitungsdrähte *D* der einen Klemmenreihe, in das elfte Rohr *r* tauchte ein Draht, der zu der anderen unter sich verbundenen Klemmenreihe führte. Diese Anordnung gestattete, jeden der zehn Platinstreifen *p* einzeln mit Hilfe einer Akku-

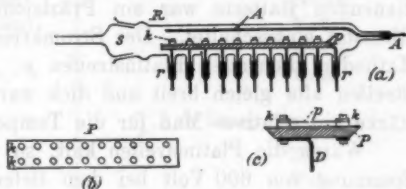


Fig. 1.

1) Die häufigste Verunreinigung ist die durch Luftpumpenfett, das meist Metallsalze enthält.

mulatorenbatterie zu erhitzen, also der Reihe nach zehn Substanzen bei einmaliger Evakuation des Rohres *R* zu untersuchen. Die Schieferplatte *P* konnte durch den Schliff *S* behufs Auswechslung der mit Metallverbindungen bedeckten Platinstreifen *p* aus dem Rohr *R* herausgenommen werden. Über der Schieferplatte befand sich ein mit dieser gleich langer Aluminiumdraht *A*, der als Anode diente.

Prüfung der Metallverbindungen. Die Prüfung der Metallverbindungen geschah folgendermaßen. Der sorgfältig gereinigte, in konzentrierter Salpetersäure ausgekochte und in destilliertem Wasser abgespülte Platinstreifen wurde meist mit der Lösung des Nitrates, mitunter jedoch auch mit derjenigen anderer Verbindungen des zu untersuchenden Metalles bestrichen. Durch mäßiges Erwärmen wurden die Metallverbindungen dann getrocknet, und die Platinstreifen auf der Schieferplatte befestigt. Diese wurde in das Rohr *R* gebracht, und dasselbe bis auf etwa 0,01 mm evakuiert. Die Anode wurde unter Zwischenschaltung eines Jodkadmiumwiderstandes mit dem positiven Pol einer Batterie von 600 Volt Spannung verbunden, deren negativer Pol geerdet war. Zum Messen der Spannung diente ein Braunschkes Elektrometer, dessen Nadel mit *A* verbunden, und dessen Gehäuse geerdet war.

In den Stromkreis der zur Erhitzung der Platinstreifen *p* dienenden Batterie war ein Präzisionsampèremeter und ein Rheostat eingeschaltet. Der Stromkreis, also mit ihm die als Kathoden dienenden Platinstreifen *p*, war geerdet. Da die Streifen alle gleich breit und dick waren, so gibt die Stromstärke ein relatives Maß für die Temperatur.

Waren die Platinstreifen kalt, so vermochte die niedrige Spannung von 600 Volt bei dem tiefen Druck keinen Strom durch das Rohr zu senden. Erhitzt man nun allmählich einen Platinstreifen, so tritt eine leuchtende Entladung im Rohr ein, sobald der bei so tiefen Drucken mehrere tausend Volt betragende Kathodenfall durch Erhitzung der Substanz auf einen bestimmten unter 600 Volt liegenden Wert gesunken ist; gleichzeitig verringert sich der Ausschlag des Elektrometers.

Erhitzte man einen reinen Platinstreifen, so zeigte sich bei meinen Versuchen, daß die leuchtende Entladung einsetzte, wenn das Blech auf starke Weißglut, also auf ca. 1600° C.

erhitzt wurde. Wurden Platinstreifen, die mit einer Metallverbindung bedeckt waren, erhitzt, so trat bei einer ganzen Anzahl derselben bereits bei viel niedrigeren Temperaturen ein schnelles Sinken des Kathodenfalles ein.

In der folgenden Tab. I sind die bisher von mir untersuchten Metalle zusammengestellt. Dieselben kamen dabei überwiegend als Oxyde (entstanden durch Erhitzung der Nitrats, Oxydhydrate und Karbonate), in seltenen Fällen jedoch auch als Fluoride zur Untersuchung. In der linken Reihe der Tab. I stehen diejenigen Oxyde, welche bereits bei niedrigen Glühgraden dauernd einen anormal niedrigen Kathodenfall besitzen (*wirksame Oxyde*), rechts dagegen diejenigen Metalle, welche entweder überhaupt keine hitzebeständigen Oxyde bilden, oder bis zu Temperaturen von 1600° kein dauerndes Sinken des Kathodenfalles zeigen (*unwirksame Oxyde*).

Tabelle I.

Wirksame Oxyde	Unwirksame Oxyde	Wirksame Oxyde	Unwirksame Oxyde
1. Alkalimetalle.		5. Eisengruppe.	
	(Natrium)	Mangan?	Eisen
	(Kalium)		Nickel
	(Lithium)		Kobalt
			Chrom
			Uran
2. Alkalierdmetalle.		6. Zinngruppe.	
Baryum			Zinn
Strontium			Blei
Calcium			Wismut
3. Magnesiumgruppe.			Silber
Magnesium	Beryllium		Kupfer
Zink	(Quecksilber)		
Kadmium			
4. Erdmetalle.			
Yttrium	Aluminium		
Lanthan	Thallium		
Zirkon	Titan		
Thor	Cer		

Die Verbindungen der Alkalimetalle sind nicht hitzebeständig, sondern zersetzen sich bei höheren Temperaturen in ihre Bestandteile; dabei tritt vorübergehend eine leuchtende Entladung ein, die ihren Ursprung dem Vorhandensein der Dämpfe der Alkalimetalle verdankt. Über die Potentialgefälle in denselben liegen bisher keine quantitativen Bestimmungen vor, indes dürfte aus Versuchen von E. Wiedemann¹⁾ und anderen über das Leuchten von Gasen, die Natriumdämpfe enthalten, und denen von O. Lehmann²⁾ über den Durchgang starker Ströme durch Natrium und Kaliumdämpfe folgen, daß dieselben bereits bei niedrigen Potentialen den Stromdurchgang gestatten.

Das Quecksilberoxyd wird bei höheren Temperaturen ebenfalls zersetzt, wobei die Quecksilberdämpfe eine Entladung bei ganz niedriger Potentialdifferenz bedingen.

Um diese durch sekundäre Erscheinungen hervorgerufene Herabsetzung des Entladungspotentiales auszuschließen, wurde jedes Platinblech im Vakuum einige Zeit auf heller Weißglut erhalten. Hierdurch wurde erreicht, daß alle zersetzlichen Metallverbindungen entfernt, also von der Beobachtung ausgeschlossen wurden.

Von den hitzebeständigen Oxyden zeigen diejenigen der alkalischen Erden in ganz besonderem Maße die Eigenschaft, den Kathodenfall bereits bei nicht allzu hohen Temperaturen (zwischen 800 und 1000° C.) herabzusetzen. Etwas höherer Temperaturen bedürfen bereits die Oxyde der Magnesiumgruppe. Von den Oxyden der Erdmetalle zeigen vier die Erscheinung, vier andere dagegen nicht. Da die ersteren sehr schwer rein darzustellen sind, so liegt die Vermutung nahe, daß sie durch Oxyde der alkalischen Erden verunreinigt sind.

Aus der Eisengruppe war nur Manganoxyd dauernd wirksam, wenn käufliches verwendet wurde; wurde es jedoch durch Erhitzung des Nitrates hergestellt, so war es völlig unwirksam, so daß anzunehmen ist, daß das käufliche Manganoxyd auch verunreinigt war.

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 5. p. 520. 1878.

2) O. Lehmann, Verhandl. d. Karlsruher Naturf.-Ver. p. 12. 1896.

II. Quantitative Untersuchung über den Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die elektrische Strömung in Gasen.

Die obigen Versuche haben ergeben, daß eine Reihe von Metalloxyden die Fähigkeit besitzt, den Kathodenfall bereits bei niedrigeren Temperaturen herabzusetzen, als dies die reinen Metalle vermögen. Diese Tatsache findet ihre Erklärung in der bereits bei relativ niedrigen Temperaturen bedeutenden Aussendung negativer Ionen durch heiße Metalloxyde, wie ich bereits mitgeteilt habe.¹⁾

In diesem Kapitel seien die Ergebnisse von quantitativen Versuchen über elektrische Strömung in Gasen unter Benutzung heißer Metalloxydelektroden mitgeteilt, wobei zwei Fälle gesondert behandelt sind und zwar 1. die *unselbständige Strömung*, und 2. die *selbständige Strömung*.

Unter *unselbständiger Strömung* sei dabei diejenige verstanden, die nur durch das Vorhandensein sekundär erzeugter Ionen (hier durch glühende Metalloxyde) aufrecht erhalten wird und die erlischt, sobald die sekundäre Ionenbildung aufhört. Unter *selbständiger Strömung* hingegen sei diejenige verstanden, die sich durch selbstgeschaffene Ionen unabhängig von etwa vorhandener sekundärer Ionisation aufrecht erhält.

Diesen beiden Fällen entsprechend ist das folgende Kapitel in zwei Abschnitte (B und C) eingeteilt, die sich mit dem Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die unselbständige und die selbständige Strömung beschäftigen. Diesen beiden Abschnitten geht ein Teil (A) voraus, der, um Wiederholungen zu vermeiden, die zu den Temperaturmessungen benutzten Methoden enthält.

A. Versuchsanordnungen zur Messung der Temperaturen.

Mit den zu untersuchenden Metallverbindungen wurden meist Platindrähte und Bleche, bei einigen Versuchen auch Platiniridiumdrähte und Kohlefäden überzogen, die in dem jeweiligen Zwecke angepaßte Röhren gekittet oder eingeschmolzen wurden. Mit Hilfe von isoliert aufgestellten Akkumulatoren oder von, mit wohl isolierten Spulen versehenen

1) A. Wehnelt, Sitzungsber. d. physik.-med. Soc. Erlangen p. 150 bis 158. 1903.

Wechselstromtransformatoren, die durch einen Gleichstrom-Wechselstromumformer gespeist wurden, konnten die Drähte bez. Bleche mit den Metallverbindungen erhitzt werden.

Die Messung der Temperaturen geschah auf drei verschiedene Weisen und zwar:

1. Durch Messung des Widerstandes des Metalles.
2. Mit Hilfe von Thermoelementen.
3. Nach einer optischen Methode.

1. Temperaturmessung durch Messung des Widerstandes.

Die Widerstandsmessungen der zu den Versuchen dienenden Drähte geschah aus Strom- und Spannungsmessungen. Zu diesem Zwecke wurde der Platindraht D (0,3 bis 0,5 mm dick), Fig. 2, im Knallgasgebläse an stärkere Platindrähte

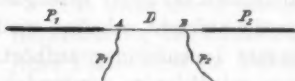


Fig. 2.

P_1 und P_2 geschmolzen, die als Zuleitung dienten. Der abkühlenden Wirkung letzterer wegen wurde nicht, wie meist üblich, die Spannungsdifferenz an den Enden des Drahtes D

gemessen, sondern es wurden in zwei Punkten A und B , die so weit von den Enden entfernt waren, daß sie sicher die gleiche Temperatur wie die Mitte des Drahtes besaßen, zwei ganz dünne (0,025 mm) Platindrähte p_1 und p_2 mit Hilfe von wenig Platinchlorid angelötet, zwischen denen die Spannungsdifferenz nach der Kompensationsmethode gemessen wurde. Die Wärmeableitung durch die dünnen Drähte p_1 und p_2 , deren Querschnitt weniger als $\frac{1}{100}$ des Drahtes D betrug, war so gering, daß sie an den Punkten A und B die Temperatur von D nicht merklich erniedrigten. Die Stromstärke wurde mit einem Präzisionsampèremeter gemessen.

Zur Feststellung der Beziehung zwischen Temperatur und Widerstand wurde der Draht D zusammen mit einem von der Reichsanstalt geeichten Platin-Platinrhodiumthermoelement in einem elektrischen Ofen langsam bis auf 1250° erhitzt. Bei verschiedenen Temperaturen wurden schwache Ströme (einige Milliampère), die keine wesentliche Erhöhung der Temperatur bewirkten, durch den Draht D gesandt und durch

Kompensation die Spannung an den Enden von p_1 und p_2 gemessen.

Da die Temperaturen des Drahtes auf diese Weise nur bis 1250° zu messen war, mußten für höhere Temperaturen die Messungen mit Thermoelementen angestellt werden.

2. Temperaturmessung mit Thermoelementen.

Die Thermoelemente bestanden aus 0,025 mm dicken Platin- und Platinrhodiumdrähten. Dieselben wurden verglichen mit einem von der Reichsanstalt geeichten Platin-Platinrhodiumthermoelement.

Zur Messung der Temperatur des Drahtes D (Fig. 3) wurden die dünnen Drähte des Thermoelementes Pt und PtRh in zwei Punkten A und B , die nahe der Mitte des Drahtes D und 1 mm auseinanderlagen, mit ein wenig Platinchlorid angelötet. Die zweiten Lötstellen des Thermoelementes wurden auf konstanter (Zimmer-)Temperatur erhalten. Die elektromotorische Kraft wurde nach der Kompensationsmethode¹⁾ gemessen.

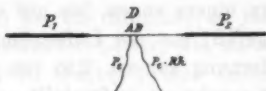


Fig. 3.

Die Wärmeableitung durch die dünnen Drähte war auch hier nicht merklich, nur mußte vermieden werden, zuviel Platinchlorid zum Anlöten desselben zu verwenden, da sonst die Lötstellen beim Glühen von D merklich dunkler als der Draht selbst erschienen.

Die Erhitzung der Drähte bez. Bleche bei Messung der Temperatur mit Thermoelementen geschah mit Wechselstrom. Der Zweigstrom derselben, der durch das Galvanometer floß, da die beiden Lötstellen etwas getrennt lagen, verursachte nur bei sehr hohen Temperaturen, also hohen Stromstärken ein schwaches Zittern des benutzten Deprezgalvanometers, das aber die Ablesung nicht störte.

3. Temperaturmessung auf optischem Wege.

Bei Versuchen im Vakuum war es, namentlich wenn die Platindrähte behufs Untersuchung verschiedener Substanzen

¹⁾ St. Lindeck u. R. Rothe, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 293. 1900.

häufig gewechselt werden mußten, recht zeitraubend, jedesmal die Abzweigdrähte für die Widerstandsmessungen oder die Thermoelemente anzulöten und einzukitten, zumal so feine Drähte sehr leicht reißen. Ich bestimmte daher in solchen Fällen die Temperatur nach der Methode des optischen Pyrometers von L. Holborn und F. Kurlbaum.¹⁾

Der glühende Platindraht, dessen Temperatur bestimmt werden sollte, wurde in ein enges, horizontal liegendes Glasrohr eingekittet, das bis auf den Druck ausgepumpt wurde, der bei den späteren Messungen gebraucht werden sollte. Unmittelbar hinter den Draht stellte ich ein Platinblech, das mit Wechselstrom geglüht und dessen Temperatur mit einem Thermoelement bestimmt wurde. Das Platinblech befand sich in einem engen, bis auf ca. 1 mm Druck ausgepumpten Glasgefäß, um die Luftströmungen zu vermeiden. In einer Entfernung von ca. 2 m von diesen Apparaten wurde ein Ablesefernrohr so aufgestellt, daß die nun ca. 2 cm hintereinander stehenden glühenden Körper (Platindraht und Blech) gleich scharf erschienen. Sorgte man weiter dafür, daß die Oberflächenbeschaffenheit des Drahtes die gleiche wie die des Bleches war (z. B. beide mit CaO überzogen), so verschwanden bei gleicher Temperatur beider Körper die Umrisse des glühenden Drahtes auf dem glühenden Bleche. Die Messungsergebnisse stimmten recht befriedigend mit den direkten Temperaturmessungen durch Thermoelemente überein.

B. Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die unelbständige Strömung.

Bringt man ein Gas, in welchem auf irgend eine Weise erzeugte Ionen vorhanden sind, in ein elektrisches Feld, so entsteht ein elektrischer Strom, dessen Stärke mit zunehmender Feldstärke bis zu einem Grenzwerte wächst. Diesen Grenzwert nennt man den Sättigungsstrom, er entspricht dem Zustande, bei dem pro Sekunde ebensoviele Ionen durch den Strom fortgeschafft werden, wie in derselben Zeit neu gebildet werden. Der Sättigungsstrom (i) ist dann gleich

$$i = n \cdot e,$$

1) L. Holborn u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 10. p. 225. 1903.

wo n die Zahl von Ionen, e deren Ladung bedeutet, er ist also der Zahl der vorhandenen Ionen proportional.

Zur Untersuchung der Metalloxyde auf ihre Fähigkeit, im Glühzustande Ionen auszusenden, diente die Methode der Sättigungsströme. Untersucht wurde deren Beziehung zur Temperatur und zum Druck.

Als Drucke kamen dabei in Anwendung 1. Atmosphärendruck, 2. niedere Drucke (von 0,1 mm an abwärts). Versuche bei dazwischen liegenden Drucken zeigten qualitativ dasselbe wie bei Atmosphärendruck und wurden deshalb nicht eingehender verfolgt.

1. Versuche bei Atmosphärendruck.

Erhitzt man ein Metall (Platin) bis zur Rotglut, so läßt sich ein in die Nähe gebrachter isolierter Leiter, wie zuerst Guthrie¹⁾, später J. Elster und H. Geitel²⁾ und andere Forscher³⁾ festgestellt haben, positiv, oder negativ geladene Körper verlieren ihre Ladung. Bei höheren Temperaturen werden positive und negative Ladungen genäherter Körper gleich schnell entladen. Hiernach sendet also ein rotglühender Körper überwiegend positive Ionen aus. McClelland⁴⁾ hat die Aussendung von Ionen an glühendem Platin eingehender untersucht und kommt zu dem Resultat, daß ein glühender Platindraht gleichviel positive und negative Ionen erzeugt, und zwar durch Ionisierung der ihn berührenden Luftschicht durch die dort herrschende hohe Temperatur. Den tatsächlich bei niederen Temperaturen vorhandenen Überschuß an positiven Ionen erklärt er aus der durch die Unterschiede ihrer Masse bedingten verschiedenen Beweglichkeit der positiven und negativen Ionen⁵⁾, indem er annimmt, daß bei niederen Temperaturen die Ionisierung nur in einer sehr dünnen Luftschicht

1) A. Guthrie, *Phil. Mag.* **46**. p. 257. 1873.

2) J. Elster u. H. Geitel, *Wied. Ann.* **16**. p. 193—222. 1882; **19**. p. 588—624. 1883; **26**. p. 1—9. 1885; **37**. p. 315. 1889.

3) E. Branly, *Compt. rend.* **114**. p. 831—834 u. p. 1531—1534. 1892; P. Villard, *Compt. rend.* **130**. p. 125—127. 1900; H. A. Wilson, *Phil. Trans.* **197**. p. 415—441. 1901.

4) McClelland, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **10**. p. 241. 1900.

5) McClelland, *l. c.* p. 254.

am Draht vor sich geht, wobei die leicht beweglichen negativen Ionen sich am Draht entladen, während die positiven Ionen durch Luftströmungen mit fortgerissen werden. Bei höheren Temperaturen wird die ionisierte Schicht dicker, so daß nun auch negative Ionen von der Luftströmung mit fortgeführt werden. Diese Anschauung wird gestützt durch Versuche von A. Byk.¹⁾

Versuchsanordnung. Um die Aussendung von Ionen durch glühende Metalloxyde festzustellen, bestimmte ich die Sättigungstromstärken bei verschiedenen Temperaturen. Ich benutzte hierzu folgende Einrichtung.

In der Achse eines Messingzylinders *Z* (Fig. 4) befand sich ein Platindraht *D*, der hart an starke Messingdrähte *M* angelötet war. Die Messingdrähte waren der Isolation wegen

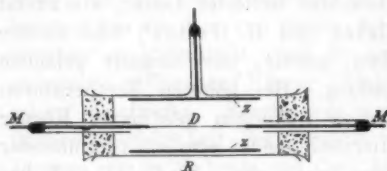


Fig. 4.

in Glasröhren gekittet und wurden in ihrer Lage in der Achse des Rohres *R* durch Korkstopfen festgehalten, die gleichzeitig Luftströmungen abhielten. Das Rohr lag horizontal, damit die vom

glühenden Draht *D* aufsteigenden Luftströme und die von ihnen mitgeführten Ionen den Zylinder *Z* trafen.

Der Draht wurde durch den Strom eines Transformators mit wohl isolierter sekundärer Spule erhitzt und mit Hilfe einer Hochspannungsbatterie auf beliebig hohe positive bez. negative Potentiale geladen. Die Temperatur wurde mit einem Thermoelement bestimmt. Der Zylinder *Z* wurde durch ein empfindliches Spulengalvanometer zur Erde abgeleitet.

Der Draht *D* wurde zuerst stets rein und dann mit Metalloxyd auf die Aussendung von Ionen untersucht.

Sättigungsströme und deren Beziehung zur Temperatur. Zuerst bestimmte ich das Potential, auf welches der Draht *D* geladen werden mußte, um Sättigungsstrom zu erzielen. Einige Messungen ergaben, daß ± 1000 Volt dies bewirkten. Der

1) A. Byk, Physik. Zeitschr. 4. p. 645—648. 1908.

Draht *D* wurde nun dauernd auf diesem Potential belassen, während die Temperatur des Drahtes in weiten Grenzen geändert wurde.

Tab. II gibt 1. die an reinem Platindraht, 2. die an mit BaO überzogenem Platindraht, 3. die an mit CaO überzogenem Platindraht bei verschiedenen Temperaturen erhaltenen Sättigungsströme.

Tabelle II.

Beziehung zwischen Sättigungsstrom (*i*) und Temperatur (*T*) bei Atmosphärendruck.

1. Reiner Platindraht.

Temperatur	880	1050	1220	1300	1380	1460°
<i>i</i> (Draht + geladen) 10 ⁻⁸ Amp.	0,95	1,14	1,9	4,75	10,1	26,6
<i>i</i> (Draht - geladen) 10 ⁻⁸ Amp.	0,95	0,95	0,95	0,95	2,28	27,6

2. Draht mit BaO überzogen.

Temperatur	970	1050	1070	1090	1105	1120	1140	1220	1300	1380	1460°
<i>i</i> (Draht + geladen) 10 ⁻⁸ Amp.	0,95	1,14	—	—	—	—	—	1,52	2,85	8,56	43,7
<i>i</i> (Draht - geladen) 10 ⁻⁸ Amp.	3,8	23,7	50,7	87,5	200	400	780	—	—	—	—

3. Draht mit CaO überzogen.

Temperatur	970	1050	1070	1090	1105	1120	1220	1300	1380	1460°
<i>i</i> (Draht + geladen)	0,4	0,4	—	—	—	—	1,4	3,6	7,6	15,0
<i>i</i> (Draht - geladen)	3	30	56	84	140	212	—	—	—	—

In Fig. 5 stellen die ausgezogenen Kurven die Beziehung zwischen Sättigungsstromstärke und Temperatur an reinem Platindraht dar, gezeichnet nach Tab. II, 1. Aus ihnen ist zu ersehen, daß für Temperaturen unter 1450° tatsächlich mehr positive als negative Ionen ausgesendet werden, denn die Sättigungsstromstärken sind größer, wenn der Draht positiv geladen (Pt) als wenn er negativ geladen (Pt) ist. Bei Temperaturen über 145° C. scheinen sich hingegen die Verhältnisse umzukehren.

Weit auffälliger als dieser geringfügige Unterschied in der Zahl der positiven und negativen Ionen bei reinem Platindraht ist aber der Unterschied bei dem mit BaO überzogenen Draht (Fig. 5 gestrichelte Kurve, gezeichnet nach Tab. II, 2.). Während, wenn der mit BaO überzogene Draht positiv ge-

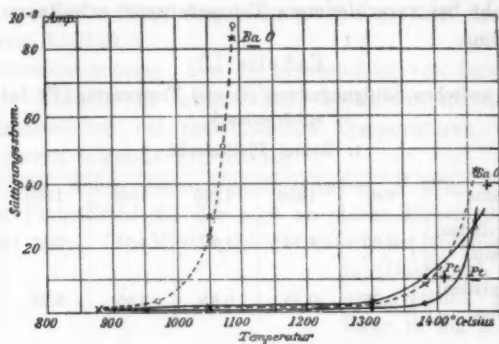


Fig. 5.

laden (Fig. 5 [BaO]), die Sättigungsströme bei verschiedenen Temperaturen nicht wesentlich von denen an reinem Platin abweichen, sind die Sättigungsströme, wenn der Draht negativ geladen ist (Fig. 5 [BaO]), bereits bei niederen Temperaturen unvergleichlich größer. Dasselbe Verhalten zeigt der mit CaO überzogene Draht (Fig. 6, gezeichnet nach Tab. II, 3.).

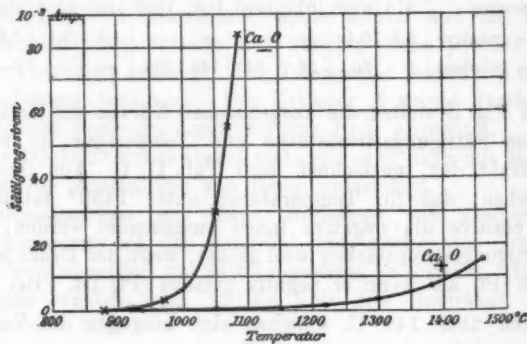


Fig. 6.

Die mitgeteilten Resultate beweisen, daß die Oxyde der alkalischen Erden bei hohen Temperaturen unvergleichlich mehr negative Ionen aussenden als Platin.

Während bei letzterem die Bildung negativer Ionen gegen die Ionisierung der Luft selbst (Erzeugung gleichviel positiver und negativer Ionen) zurücktritt, überwiegen bei den Metalloxyden bereits bei relativ niederen Temperaturen die negativen Ionen bedeutend.

In der Zeit seit meiner ersten Veröffentlichung ist, veranlaßt durch meine Beobachtungen, bereits in zwei weiteren Fällen nachgewiesen worden, daß CaO zahlreiche negative Ionen aussendet. Hr. J. Stark¹⁾ hat gezeigt, daß eine mit den Oxyden von Ca , Mg , Al , Th und Zr bedeckte Kathode die Zündung eines Lichtbogens erleichtert, da die zahlreichen negativen Ionen, die sie erzeugen, für die Existenz desselben von Wichtigkeit sind. Hr. F. L. Tufts²⁾ hat ferner gezeigt, daß ein mit CaO überzogener Platindraht den Kathodenfall in einer Flamme außerordentlich stark herabsetzt, was sich auch aus der Aussendung zahlreicher negativer Ionen durch die wirksamen Oxyde erklärt.

2. Versuche bei niederen Drucken.

Erhitzt man einen Platindraht im Vakuum, so sendet derselbe nach J. Elster und H. Geitel³⁾ hauptsächlich negative Ionen aus. J. J. Thomson⁴⁾ bestimmte für diese Geschwindigkeit und Verhältnis von Ladung zur Masse und fand diese Größen in voller Übereinstimmung mit den an Kathodenstrahlen beobachteten.

Die Zahl der von glühendem Platindraht im Vakuum ausgesandten negativen Ionen wurde eingehend untersucht von Hrn. O. W. Richardson.⁵⁾ Nach ihm läßt sich die Beziehung zwischen der Zahl der Ionen und der absoluten Temperatur durch eine aus dem Boltzmann-Maxwellschen Geschwindig-

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 5. p. 82. 1904.

2) F. L. Tufts, Physik. Zeitschr. 5. p. 77. 1904.

3) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 37. p. 315. 1889.

4) J. J. Thomson, Phil. Mag. 48. p. 547. 1899.

5) O. W. Richardson, Proc. Cambr. Phil. Soc. 11. p. 286—295. 1901; Phil Trans. 201. p. 516. 1903.

keitsverteilungsgesetz abgeleitete Exponentialfunktion darstellen. Aus seinen Beobachtungen ergibt sich die Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen negativen Ionen zu rund 10^{21} .

McClelland¹⁾ findet auch, daß im Vakuum überwiegend negative Ionen von glühendem Platin ausgesandt werden.

H. A. Wilson²⁾ findet bei nicht sorgfältig gereinigten Platindrähten große Unregelmäßigkeiten in der Aussendung negativer Ionen (vermutlich waren Metalloxyde auf dem Platindraht vorhanden). Spuren von Phosphorpentoxid, sowie auch alkalische Salze und Anwesenheit von Wasserstoff erhöhen die Zahl der negativen Ionen. Kochen des Platins in Salpetersäure verringert die Zahl der negativen Ionen.

Ich habe in einer kürzeren Mitteilung³⁾ die Aussendung negativer Ionen von glühenden Metalloxyden bei niedrigen Drucken bereits beschrieben und gebe im folgenden meine diesbezüglichen Versuche ausführlicher wieder.

Versuchsanordnung. Die Aussendung von negativen Ionen durch glühende Oxyde der alkalischen Erden bei niedrigen Drucken wurde nach der Methode der Sättigungsströme untersucht. Hierzu diente ein Rohr *R* (Fig. 7). In der Achse

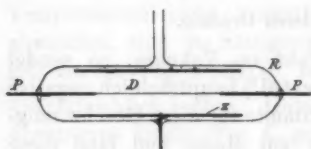


Fig. 7.

desselben befand sich der mit dem Oxyd überzogene dünne Platindraht *D*, dessen Temperatur nach einer der oben beschriebenen Methoden gemessen wurde. Die Zuleitungen zum Draht *D* (starke Platindrähte *P*) waren eingeschmolzen. Ebenso

war die Zuleitung zu dem den Draht konzentrisch umschließenden Messingzylinder *Z* eingeschmolzen. Um Fettdämpfe zu vermeiden wurde das Rohr mit Schliffen, die nur durch Quecksilber gedichtet waren, an eine besondere kleine, automatisch wirkende Fallpumpe angeschlossen, bei der auch keinerlei Fettdichtungen angewandt waren. Die Quecksilberdämpfe

1) McClelland, Proc. Cambr. Phil. Soc. 11. p. 296. 1901.

2) H. A. Wilson, Proc. of the Roy. Soc. 72. p. 242—276. 1903; Phil. Trans. 202. p. 252. 1903.

3) A. Wehnelt, Sitzungsber. d. physik.-med. Soz. Erlangen p. 150 bis 158. 1903.

wurden von dem Rohr durch ein mit festgestopftem Blattgold gefülltes, zwischen Pumpe und Rohr befindliches Röhrchen abgehalten.

Zur Bestimmung der Sättigungsstromstärken wurde der mit CaO überzogene Draht auf verschiedene Potentiale gebracht und die durch den Zylinder Z zur Erde abfließende Elektrizitätsmenge mit einem Spulengalvanometer gemessen.

Bei positiver Ladung des Drahtes waren die Ströme zu schwach, um sie mit dem Galvanometer ($1 \text{ Skt.} = 10^{-9} \text{ Amp.}$) noch messen zu können. *Das glühende Oxyd sendet also im Vakuum keine nennenswerte Zahl von positiven Ionen aus.*

Beim Anlegen negativer Potentiale hingegen erhält man starke Ströme, woraus folgt, daß die Oxyde im Vakuum zahlreiche negative Ionen aussenden.

Beim Anlegen der negativen Potentiale darf man dieselben nicht sprungweise ändern, da dann leicht eine leuchtende Entladung (selbständige Strömung) eintritt, die mit dem Transport weit größerer Elektrizitätsmengen verknüpft ist. Veranlaßt wird das Einsetzen der leuchtenden Entladung wohl durch kleine Fünkchen, die beim Anlegen, namentlich höherer Potentiale entstehen und zu starken Potentialschwankungen Veranlassung geben. Ich erhielt nur gute und übereinstimmende Resultate, wenn ich die Potentiale ganz kontinuierlich variierte. Hierzu benutzte ich folgende Vorrichtung:

Ein 2 cm weites und 100 cm langes Glasrohr R (Fig. 8) war gefüllt mit destilliertem Wasser, dem zur Erhöhung seiner Leitfähigkeit etwas Leitungswasser zugesetzt war. Durch dieses Rohr wurde Strom (10 bis $20 \cdot 10^{-3} \text{ Amp.}$) einer Hochspannungsbatterie B (250 bis 500 Zellen) gesandt mit Hilfe zweier in Glas eingeschmolzener Platindrähte E_1 und E_2 . E_1 war mit dem negativen Pol der Hochspannungsbatterie E_2 mit deren positiven Pol verbunden und geerdet. Eine verschiebbare Elektrode S (ebenfalls bestehend aus einem in Glas ein-

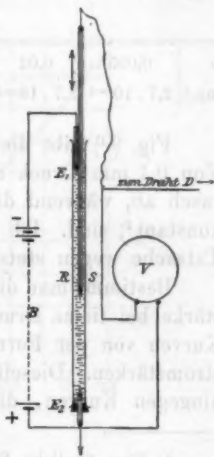


Fig. 8.

geschmolzenen Platindraht) war verbunden mit dem mit CaO überzogenen Draht und mit der einen Klemme eines bis 250 Volt zeigenden Präzisionsvoltmeters V von $72000\ \Omega$ Widerstand, dessen Meßbereich durch Vorschaltung eines gleichen Widerstandes bis auf 500 Volt ausgedehnt werden konnte. Die zweite Klemme des Voltmeters war geerdet. Durch Verschieben der Elektrode S konnte somit das Potential des Drahtes kontinuierlich bis auf 500 Volt gesteigert werden.

Abhängigkeit der Sättigungsstromstärken vom Druck. Da glühende Platindrähte im Vakuum viel Gas (Wasserstoff) abgeben, so ist der Druck schwer völlig konstant zu halten. Ich prüfte daher erst die Abhängigkeit der Sättigungsstromstärken (i) vom Druck (p) bei einem mit CaO überzogenen Draht. Die Resultate sind in Tab. III enthalten.

Tabelle III.

Beziehung zwischen Sättigungsstromstärken (i) und Druck (p)
bei konstanter Temperatur (T).

$T = 1800^\circ \text{C.}$

p	0,005	0,02	0,1	1	5	10	20
$i(\text{Amp.})$	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$

Fig. 9¹⁾ gibt die Resultate der Tabelle graphisch wieder. Von 0,1 mm Druck an aufwärts nehmen die Sättigungsströme rasch ab, während dieselben für Drucke unter 0,1 mm nahezu konstant²⁾ sind. Ich benutzte deshalb und auch der folgenden Tatsache wegen stets Drucke unter 0,1 mm.

Bestimmt man die Beziehung zwischen Potential und Stromstärke bei tiefen Drucken (unter 0,1 mm), so ergeben sich stets Kurven von der Form Fig. 10 (a) also ausgeprägte Sättigungsstromstärken. Dieselbe Beziehung bei höheren Drucken liefert hingegen Kurven, die wie in Fig. 10 (b) dargestellt ist, nur

1) Eine ähnliche Kurve findet H. A. Wilson (Phil. Trans. 202. p. 252. 1903) für die Beziehung zwischen Sättigungsstrom und Druck bei reinem Platin.

2) McClelland (Proc. Cambr. Soc. 11. p. 296. 1902) fand keine Änderung der Sättigungsströme zwischen $\frac{1}{25}$ und $\frac{1}{240}$ mm, Zahlen, die nahe mit den meinigen übereinstimmen.

eine Andeutung von Sättigungsstrom im Wendepunkt besitzen, da hier leicht Ionisierung durch Ionenstoß auftritt.

Beziehung zwischen Sättigungsstromstärke und Temperatur.

Bei Anwendung niedriger Drucke (unter 0,1 mm) habe ich für

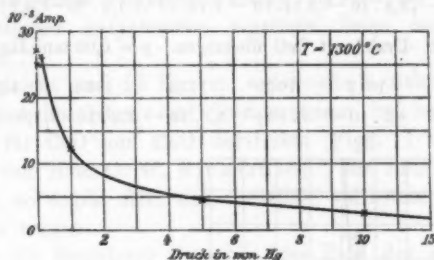


Fig. 9.

CaO und BaO die Abhängigkeit der Sättigungsstromstärken von der Temperatur ermittelt. Tab. IV enthält die Messungs-

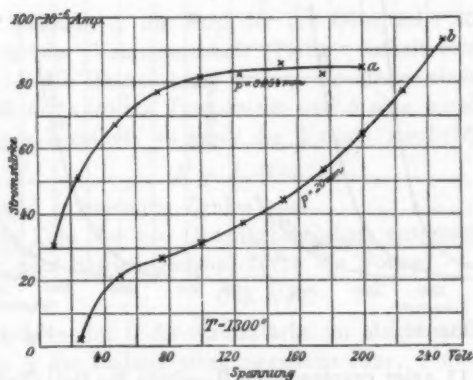


Fig. 10.

ergebnisse. Statt der Sättigungsstromstärken sind die Sättigungsstromdichten, d. h. die durch die Flächeneinheit des glühenden Oxydes gehenden Stromstärken in der Tabelle verzeichnet.

Tabelle IV.

Beziehung zwischen Sättigungstromdichte (i .cm⁻²) und Temperatur (T).1. Draht mit BaO überzogen. $p = 0,04$ mm Hg.

T	960	1050	1140	1220	1300	1380	1460°
i .cm ⁻²	$5 \cdot 10^{-7}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$	$3,14 \cdot 10^{-6}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$8,1 \cdot 10^{-8}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$

2. Draht mit CaO überzogen. $p = 0,03$ mm Hg.

T	945	1012	1075	1133	1192	1252	1367°
i .cm ⁻²	10^{-6}	$8,5 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$7,2 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$7,9 \cdot 10^{-4}$	$9,7 \cdot 10^{-3}$

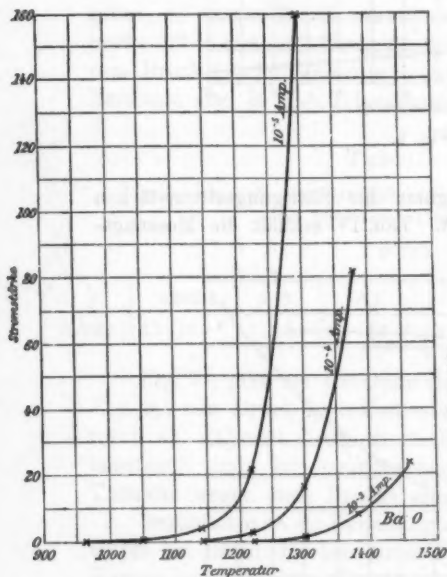


Fig. 11.

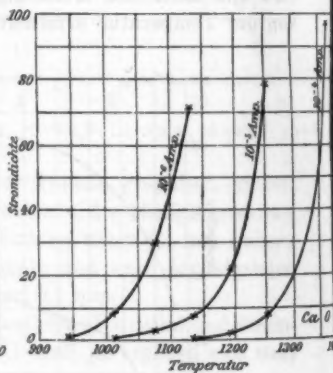


Fig. 12.

Fig. 11 zeigt graphisch die Resultate für BaO (Tab. IV, 1.),
Fig. 12 diejenigen für CaO (Tab. IV, 2.).

3. Ergebnisse und Folgerungen aus obigen Versuchen.

Sowohl die Versuche bei Atmosphärendruck, als auch diejenigen bei tiefen Drucken ergeben, daß die Metalloxyde in großer Zahl negative Ionen aussenden.

Für Drucke unter 0,1 mm ist die für eine bestimmte Temperatur ausgesandte Zahl von negativen Ionen unabhängig vom Druck. Wächst der Druck über 0,1 mm, so nimmt die Zahl der negativen Ionen schnell ab.

Mit steigender Temperatur wächst die Zahl der vom glühenden Metalloxyd ausgesandten negativen Ionen außerordentlich schnell an.

Vergleicht man die Kurven, welche die Beziehung zwischen Sättigungsstromstärken und Temperaturen bei sehr niederen Drucken für CaO und BaO darstellen (Figg. 11 u. 12 p. 444) mit den von Hrn. O. W. Richardson¹⁾ für reines Platin gefundenen, so ergibt sich, daß dieselben vollkommen denselben Charakter tragen.

Für die Beziehung zwischen der Zahl der ausgesandten negativen Ionen und der Temperatur leitet Hr. Richardson²⁾ aus dem Boltzmann-Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz folgende Formel ab:

$$N = n \cdot \sqrt{\frac{R}{2m\pi}} \Theta^{3/2} e^{-b/\Theta}.$$

Hierin bedeutet N die Zahl der pro Oberfläche ausgehenden, n die in der Volumeneinheit (Platin) enthaltenen negativen Ionen, R die Gaskonstante und m die Masse eines negativen Ions, Θ die absolute Temperatur und b eine konstante Zahl.

Ist n konstant, so kann die Formel geschrieben werden

$$(2) \quad N = A \cdot \Theta^{3/2} e^{-b/\Theta},$$

wo A und b konstante Zahlen sind.

Die Zahl der pro Flächeneinheit ausgesandten Ionen ist mit dem Sättigungsstrom durch die Formel

$$C = N e S$$

verknüpft, in der C die Stromstärke im elektrostatischen Maßsystem, e die Ladung eines negativen Ions, S die Oberfläche des glühenden Drahtes bedeutet.

Hr. Richardson prüft Formel (2), indem er sie logarithmiert:

$$\log C - \log e S = \log A + \frac{3}{2} \log \Theta - \frac{b}{\Theta} \log e.$$

1) O. W. Richardson, Proc. Cambr. Phil. Soc. 11. p. 291. 1901.

2) l. c. p. 287.

Setzt man hierin

$$\log C - \frac{1}{2} \log \Theta = y,$$

$$\log A + \log s S = A,$$

$$b \log e = B$$

und

$$\frac{1}{\Theta} = x,$$

so wird

$$y = A - Bx,$$

d. h. wenn man die Werte von $\log C - \frac{1}{2} \log \Theta = y$ als Ordinaten, und die Werte von $1/\Theta = x$ als Abszissen aufträgt, so müssen die Punkte auf einer geraden Linie liegen.

Diese Beziehung bestätigt sich nun für reines Platin, wie Hr. Richardson¹⁾ gezeigt hat, sehr gut. Ich habe diese Formel für Calciumoxyd geprüft, indem aus Tab. IV, 2. (p. 444) die Werte für $\log C - \frac{1}{2} \log \Theta$ und $1/\Theta$ für verschiedene Temperaturen T berechnete. Dieselben sind in Tab. V zusammengestellt.

Tabelle V.

T	945	1012	1075	1133	1192	1252	1367°
$\log C - \frac{1}{2} \log \Theta$	1,93	2,85	3,34	3,76	4,24	4,78	5,86
$1/\Theta \cdot 10^5$	82,1	78,0	74,3	71,2	68,2	65,5	61,0

Die Zahlen dieser Tabelle graphisch dargestellt geben in der Tat, wie Fig. 13 zeigt, nahezu eine gerade Linie; die *Richardsonsche Formel* stellt also auch die Beziehung zwischen der Zahl der negativen Ionen und der Temperatur bei glühenden Metalloxyden gut dar.

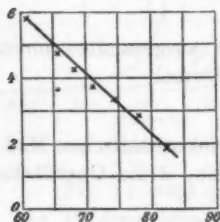


Fig. 13.

Da nach Gleichung (1) die Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen negativen Ionen (n) der pro Flächeneinheit ausgesandten Zahl (N) proportional ist, und letztere, wie ein Vergleich der von mir an glühendem CaO gefundenen Werte mit denen von Hrn. Richardson an glühendem reinen Platin gefundenen zeigt, rund 1000 mal größer ist, so folgt daraus,

1) l. c. p. 293.

daß die in der Volumeneinheit von CaO enthaltene Zahl von negativen Ionen auch rund 1000 mal größer ist, als die in der Volumeneinheit Platin enthaltenen. Hr. Richardson findet, daß rund 10^{21} negative Ionen in 1 cm^3 Platin enthalten sind. Hiernach müssen also in $1 \text{ cm}^3 \text{ CaO}$ rund 10^{24} negative Ionen enthalten sein. Nun enthält $1 \text{ cm}^3 \text{ CaO}$ rund 10^{23} Moleküle, es würden demnach auf jedes Molekül ca. 100 negative Ionen entfallen, ein zum mindesten überraschendes Resultat.

Noch höhere Werte für die in der Volumeneinheit enthaltene Zahl von negativen Ionen findet O. W. Richardson¹⁾ für Natrium und Kohle, und zwar für ersteres 10^{26} , für letzteres 10^{20} negative Ionen pro cm^3 . Hiernach würden auf ein Molekül Na rund 10^4 , auf ein Molekül C rund 10^7 negative Ionen entfallen, indessen hält Hr. Richardson diese Werte nicht für einwandfrei. Vermutlich hat Hr. Richardson bei diesen Versuchen bereits eine selbständige Strömung (leuchtende Glimmentladung) gehabt, die mit dem Transport weit größerer Elektrizitätsmengen verknüpft ist.

C. Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die selbständige Strömung.

Die qualitativen Versuche in Kapitel I. hatten ergeben, daß eine Reihe von Metalloxyden im Glühzustande den Kathodenfall der selbständigen Strömung (Glimmentladung) stark herabsetzen. Im Folgenden seien quantitative Versuche mitgeteilt, die die Beziehung zwischen Kathodenfall einerseits, Stromstärke, Druck und Temperatur andererseits, sowie zwischen Anodenfall und Temperatur behandeln. Hieran schließen sich Folgerungen aus den Messungsergebnissen.

1. Glühende Metalloxyde als Kathoden.

Versuchsanordnung. Zu den Versuchen über die Abhängigkeit des Kathodenfalles von der Stromstärke, der Temperatur und dem Druck eignen sich nur die wirksamen Oxyde (p. 429), von diesen besonders gut die Oxyde der alkalischen Erden. Dieselben waren auf einen Platindraht D (Fig. 14) aufgetragen, der an starke Messingdrähte M_1, M_2 hart angelötet war und

1) O. W. Richardson, Phil. Trans. 201. p. 516. 1903.

sich in dem kugelförmigen Entladungsrohr R befand. Der Draht D konnte durch den elektrischen Strom auf jede beliebige Temperatur erhitzt werden, die nach einer der oben angegebenen Methoden bestimmt wurde. D war mit dem negativen Pol einer Hochspannungsbatterie verbunden und geerdet; der positive Pol der Batterie war unter Zwischenschaltung eines Jodkadmiumwiderstandes mit der Anode A

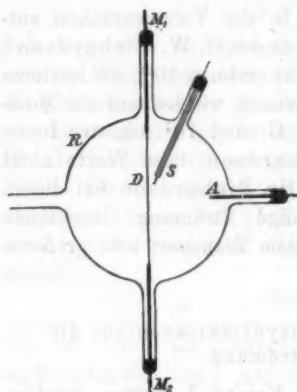


Fig. 14.

verbunden. In den Fällen, wo die erforderliche Stromstärke die Leistungsfähigkeit der Hochspannungsbatterie überstieg, diente Strom aus der Erlanger Zentrale (2×220 Volt Gleichstrom). Die Sonde S war mit einem Quadrantenelektrometer verbunden und diente zum Messen des Kathodenfalles.

Beziehung zwischen Kathodenfall und Stromstärke. Ich prüfte zuerst die Abhängigkeit des Kathodenfalles von der Stromstärke bei einer Reihe von Temperaturen. Die Resultate sind bei den Oxyden des

Baryums, Strontiums und Calciums qualitativ wie quantitativ nahezu gleich, daher gebe ich hier nur die an CaO erhaltenen Werte in der folgenden Tab. VI.

Tabelle VI.

Beziehung zwischen Kathodenfall (K) und Stromstärke (i) an glühender CaO-Kathode bei konstanter Temperatur T und konstantem Druck (p).

$T = 752^\circ$	$i \cdot 10^{-8}$ Amp.	0,026	0,053	0,057	0,1	0,16	—	—	—
$p = 0,83$ mm Hg	K in Volt	1,2	3,2	6,5	33,7	61	—	—	—
$T = 820^\circ$	$i \cdot 10^{-8}$ Amp.	0,035	0,14	0,2	0,28	0,41	0,54	0,68	1
$p = 0,84$ mm Hg	K in Volt	0,9	1,36	2,9	10,2	28,4	43,2	54,8	76,2
$T = 895^\circ$	$i \cdot 10^{-8}$ Amp.	0,025	0,11	0,27	0,41	0,48	0,55	0,68	1
$p = 0,84$ mm Hg	K in Volt	1,14	1,53	1,53	2,22	2,95	3,24	15,8	30,7
$T = 984^\circ$	$i \cdot 10^{-8}$ Amp.	0,028	0,14	0,28	0,41	0,55	0,75	1	2,3
$p = 0,87$ mm Hg	K in Volt	1,2	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	23

Fig. 15 stellt die nach dieser Tabelle konstruierten Kurven dar. Dieselben zeigen alle, daß bei kleinen Stromstärken der Kathodenfall¹⁾ außerordentlich niedrig (1—2 Volt) ist und daß er nach Überschreitung einer, für jede Temperatur bestimmten Stromstärke außerordentlich schnell steigt. Diejenige Stromstärke, bei der der Kathodenfall schnell zu steigen beginnt, sei weiterhin stets als *Grenzstromstärke* bezeichnet.

Da diese Grenzstromstärke, wie später erörtert werden soll, von besonderer Wichtigkeit ist, so habe ich deren Beziehung zur Temperatur und zum Druck eingehender verfolgt.

Beziehung zwischen Grenzstromstärke und Temperatur. Benutzt wurde dasselbe Rohr (Fig. 14, p. 448) wie zu den obigen Versuchen. Für eine Reihe von Temperaturen wurde

stets durch langsames Steigern der Stromstärke diejenige ermittelt, bei der gerade der Kathodenfall zu wachsen begann, d. h. die Grenzstromstärke. Die so erhaltenen Beziehungen zwischen Grenzstromstärke und Temperatur sind für die Oxyde des Calciums, Baryums und Strontiums qualitativ wie quantitativ nahezu gleich, deshalb gebe ich nur die Resultate für CaO wieder. Tab. VII enthält die Resultate.

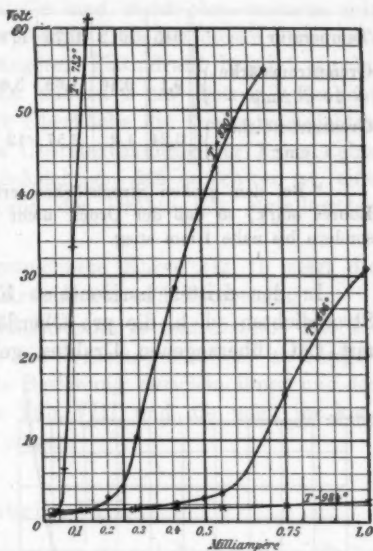


Fig. 15.

1) Ich bezeichne im folgenden die Potentialdifferenz zwischen *S* und *D* Fig. 14 p. 448 kurz mit *Kathodenfall*, obgleich ein solcher im eigentlichen Sinne des Wortes unterhalb der *Grenzstromstärke* nicht mehr vorhanden ist; die zwischen *S* und *D* gemessene Potentialdifferenz entspricht wohl nur derjenigen eines Teiles der positiven Säule.

Tabelle VII.

Abhängigkeit der Grenzstromstärke von der Temperatur (an CaO).

 $p = \text{ca. } 0,01 \text{ mm Hg.}$

Temperatur	945	1012	1075	1133	1192	1252	1313	1367	1485*
Grenzstromstärke 10^{-3} Amp.	0,1	0,56	1,68	5,6	11,8	26*	35,4*	56,1*	700*
Grenzstromdichte A. cm^{-2}	0,24	1,2	3,57	12	25	55	75	120	1500

* Bei den großen Stromstärken erhitzen sich die Glaswände des Rohres stark, so daß der Druck nicht mehr konstant zu halten war, sondern bis nahe 1 mm stieg.

In der dritten horizontalen Reihe der Tabelle sind die Stromdichten, d. h. die pro Flächeneinheit des glühenden mit CaO überzogenen Drahtes gehenden Stromstärken ver-

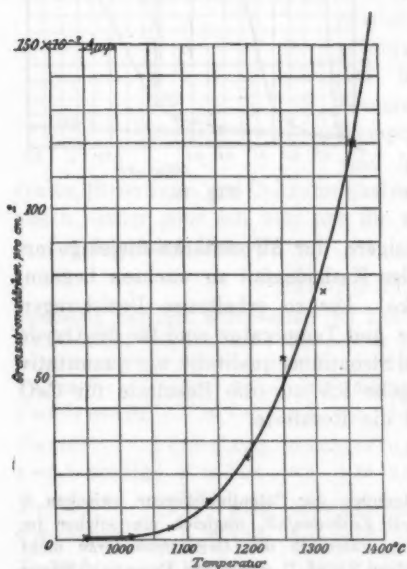


Fig. 16.

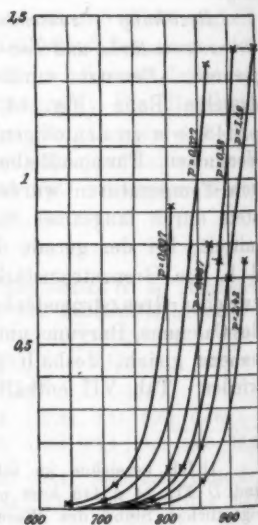


Fig. 17.

zeichnet. Die *wirksame Oberfläche*, d. h. die Oberfläche zwischen zwei Punkten des Drahtes, die hinreichend weit (je 0,5 cm) von den abkühlenden Zuleitungsdrähten entfernt waren, betrug bei diesen Versuchen 0,47 cm².

Die Zahlen dieser Tabelle sind nicht ohne weiteres mit den Zahlen der Tab. VI vergleichbar, da bei diesen Versuchen ein weit stärkerer und längerer Platindraht benutzt wurde, dessen wirksame Oberfläche nahezu 2 cm² betrug. Rechnet man aus diesem Werte der Oberfläche die Grenzstromdichten für Tab. VI aus, so ist die Übereinstimmung der Zahlen eine recht gute, wenn man berücksichtigt, daß es schwer ist, eine ganz gleichmäßige Bedeckung der Drähte mit Metalloxyden zu erhalten.

Die nach Tab. VII gezeichnete Kurve Fig. 16 zeigt die Beziehung zwischen Grenzstromdichte und Temperatur.

Beziehung zwischen Grenzstromstärke und Druck. Mit zunehmendem Drucke sinken die Grenzstromstärken, im übrigen bleibt die oben festgestellte Beziehung zwischen ihnen und der Temperatur bestehen, wie Tab. VIII und die nach ihr konstruierten Kurven Fig. 17 zeigen.

Tabelle VIII.

Beziehung zwischen Grenzstromstärken (i) und Temperaturen (T) bei verschiedenen Drucken (p).

$p = 2,42$ mm Hg	{	T	980	855	780	680°	—
		$i (10^{-3}$ Amp.)	0,75	0,079	0,011	0,004	—
$p = 1,59$ " "	{	T	950	900	855	775	703°
		$i (10^{-3}$ Amp.)	1,4	0,7	0,184	0,017	0,005
$p = 0,58$ " "	{	T	913	885	818	730°	—
		$i (10^{-3}$ Amp.)	1,4	0,75	0,123	0,011	—
$p = 0,087$ " "	{	T	870	800	702°	—	—
		$i (10^{-3}$ Amp.)	0,8	0,124	0,014	—	—
$p = 0,027$ " "	{	T	870	810	702°	—	—
		$i (10^{-3}$ Amp.)	1,35	0,34	0,023	—	—
$p = 0,007$ " "	{	T	810	718	640°	—	—
		$i (10^{-3}$ Amp.)	0,92	0,073	0,01	—	—

2. Glühende Metalloxyde als Anoden.

Verwendet man einen glühenden reinen Platindraht als Anode eines Entladungsrohres, so hat die Temperatur desselben nach W. Hittorf¹⁾ und E. Goldstein²⁾ keinen Einfluß auf das Entladungspotential.

J. A. Cunningham³⁾ hat die Beziehung zwischen Anodenfall und Temperatur untersucht und findet, daß der Anodenfall mit wachsender Temperatur langsam abnimmt.

Zur Untersuchung des Einflusses der Temperatur auf den

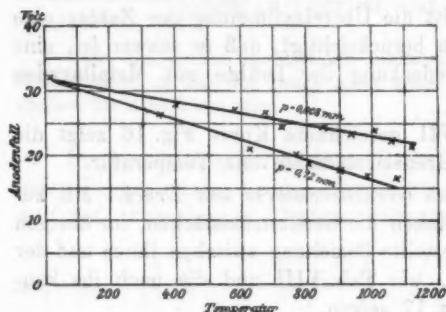


Fig. 18.

Anodenfall an Metalloxyden bediente ich mich des Rohres (Fig. 14, p. 448). Der mit CaO überzogene Draht D diente als Anode und war gerdet. Die Sonde S war mit dem Elektrometer verbunden und gestattete so den Anodenfall zu messen. Die Stromstärke

im Rohr wurde konstant erhalten. Folgende Tab. IX enthält die Resultate bei zwei verschiedenen Drucken.

Tabelle IX.

Beziehung zwischen Anodenfall (A) in Volt und Temperatur (T) an glühendem CaO.

1. $p = 0,72$ mm Hg.

T	20	350	625	766	810	900	988	1070°
A	32,2	26,3	21,3	20,1	19	17,6	16,9	16,6

2. $p = 0,008$ mm Hg.

T	20	400	572	660	724	851	938	1000	1060	1120°
A	32	28	27,1	26,5	24,5	24,5	23,5	23,5	22,3	21,4

1) W. Hittorf, Wied. Ann. 21. p. 119. 1884.

2) E. Goldstein, Wied. Ann. 24. p. 79—92. 1885.

3) J. A. Cunningham, Phil. Mag. 4. p. 684—703. 1902.

Fig. 18 gibt die Resultate der Tab. IX. Der Anodenfall ist danach in geringem Grade abhängig von der Temperatur, und zwar sinkt er langsam (nahezu geradlinig mit zunehmender Temperatur) in ähnlicher Weise, wie J. A. Cunningham¹⁾ dies auch für reinen Platindraht fand. Es hat das Metalloxyd keinen besonderen Einfluß auf den Anodenfall. Dies hängt zusammen mit der oben gefundenen Tatsache, daß glühende Metalloxyde im Vakuum nur negative Ionen aussenden.

3. Ergebnisse und Folgerungen aus obigen Versuchen.

Die obigen Versuche haben ergeben, daß der Kathodenfall bis zu einer von der Temperatur abhängigen Stromstärke, die ich als Grenzstromstärke bezeichnete, außerordentlich klein ist und nach Überschreitung derselben schnell anwächst.

Bedeutung der Grenzstromstärke. Der eigenartige Verlauf der Kurve, die die Beziehung zwischen Stromstärke und Kathodenfall (p. 449) darstellt, erklärt sich aus folgenden Tatsachen.

Schafft man in den dunklen Kathodenraum einer Glimmentladung negative Ionen, indem man besonders erzeugte Kathodenstrahlen in ihn hineinsendet, so tritt, wie die Herren E. Wiedemann und G. C. Schmidt²⁾ gezeigt haben, eine bedeutende Erniedrigung des Kathodenfalles ein. Die Erklärung, die hierfür von Herrn G. C. Schmidt³⁾ in einer eingehenden Untersuchung über den dunklen Kathodenraum gegeben wurde, ist folgende:

Durch die ungleich größere Geschwindigkeit der negativen Ionen entsteht an der Kathode eine Verarmung⁴⁾ an diesen und ein Überschuß an positiven Ionen.⁵⁾ Der dunkle Kathodenraum stellt also einen *Verarmungsbereich* negativer Ionen dar. Gelangen von außen auf irgend eine Weise erzeugte negative Ionen in den dunklen Kathodenraum hinein, so wird die Ver-

1) l. c. p. 703.

2) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 62. p. 471. 1897.

3) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 12. p. 622—652. 1903.

4) Diese Anschauung wurde zuerst von J. J. Thomson, Phil. Mag. 47. p. 253. 1899 ausgesprochen, der sich auch Hr. J. Stark (Ann. d. Phys. 2. p. 62. 1900) anschließt.

5) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. 10. p. 569—574. 1903.

armung mehr oder weniger aufgehoben, der Kathodenfall also kleiner.

Erhöht man die Stromstärke im Rohr, so werden wieder mehr negative Ionen fortgeschafft, die Verarmung an solchen und damit der Kathodenfall muß wieder wachsen.

Auch Kanalstrahlen bewirken eine allerdings geringe Erniedrigung des Kathodenfalles, jedoch wohl nur durch sekundär von ihnen erzeugte negative Ionen.

Eine unvergleichlich größere Zahl von negativen Ionen als durch auf gewöhnliche Weise erzeugte Kathodenstrahlen werden von glühenden Metalloxyden ausgesandt, es muß also der obigen Theorie nach der Kathodenfall an ihnen sehr viel stärker sinken, wie obige Versuche in der Tat auch ergeben haben, und es bedarf relativ großer Stromstärken, um wieder eine Verarmung an negativen Ionen und damit ein Anwachsen des Kathodenfalles zu bewirken.

Die von mir als *Grenzstromstärke* bezeichnete Stromstärke ist demnach *diejenige, bei der die Fortführung negativer Ionen und die dadurch bedingte Verarmung nicht mehr durch die aus dem glühenden Oxyd austretenden Ionen kompensiert wird.*

Ist diese Anschauung richtig, so muß ein inniger Zusammenhang zwischen der Grenzstromstärke und der Zahl der bei derselben Temperatur ausgesandten negativen Ionen bestehen, und zwar muß die Grenzstromstärke proportional der Zahl der in den dunklen Kathodenraum gebrachten negativen Ionen sein. Da die Zahl der negativen Ionen den Sättigungsstromstärken proportional ist, so muß auch die Grenzstromstärke bei jeder Temperatur der Sättigungsstromstärke proportional sein.

Beziehung zwischen Grenzstromstärke und der Zahl der negativen Ionen. Vergleicht man die Kurven für die Beziehung zwischen Grenzstromstärke und Temperatur (p. 450) mit denen für die Beziehung der Zahl der vom Oxyd ausgesandten negativen Ionen mit der Temperatur (p. 448), so sieht man, daß beide Kurven den gleichen charakteristischen Verlauf haben.

In der folgenden Tab. X habe ich für einige Temperaturen die Grenzstromstärken (entnommen aus der Kurve Fig. 16, p. 450) und die Sättigungsstromstärken (entnommen aus Kurve Fig. 12, p. 448) nebeneinander gestellt.

Tabelle X.

Temp.	Sättigungsstrom (s) proportional der Zahl der Ionen	Grenzstromdichte (J)	J/i
1000°	$6,3 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-8}$	159
1050	$18 \cdot 10^{-6}$	$3,2 \cdot 10^{-8}$	122
1100	$45 \cdot 10^{-6}$	$6,2 \cdot 10^{-8}$	138
1150	$10 \cdot 10^{-5}$	$15 \cdot 10^{-8}$	150
1200	$25 \cdot 10^{-5}$	$30,5 \cdot 10^{-8}$	120
1250	$75 \cdot 10^{-5}$	$47 \cdot 10^{-8}$	63
1300	$22 \cdot 10^{-4}$	$74 \cdot 10^{-8}$	34

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß das Verhältnis zwischen der Grenzstromstärke und der Zahl der negativen Ionen für Temperaturen (bis 1200°) nahezu konstant ist, darüber aber schnell kleiner wird. Die bei diesen hohen Temperaturen erhaltenen Grenzstromstärken (J) sind aber sicher zu klein, da durch die starke Erwärmung des Rohres durch die bei höheren Temperaturen so großen Stromstärken so viel Gase von Glaswänden abgegeben wurden, daß der Druck nicht mehr konstant zu halten war, sondern bis zu 1 mm und mehr stieg, wobei aber, wie die oben angestellten Versuche (p. 451) gezeigt haben, die Stromstärke stark abnimmt.

Eingehendere Versuche unter Vermeidung dieser Fehlerquelle dürften wohl ergeben, daß auch bis zu den höchsten Temperaturen die Grenzstromstärken direkt proportional der von den glühenden Oxyden ausgesandten Zahl von negativen Ionen sind, wodurch die obigen Anschauungen über die Erniedrigung des Kathodenfalles durch negative Ionen eine weitere Stütze gewinnen würden.

Beziehung zwischen Grenzstromstärke und Druck. Hr. G. C. Schmidt¹⁾ findet, daß in den dunklen Kathodenraum gebrachte negative Ionen denselben um so stärker erniedrigen, je größer er ist, d. h. also, je größer die Verarmung an negativen Ionen ist. Nun wächst aber der dunkle Kathodenraum mit abnehmendem Druck, es werden also in den dunklen Ka-

1) l. c. p. 651.

thodenraum gebrachte negative Ionen denselben je mehr herabsetzen, je tiefer der Druck ist. Da ferner die Grenzstromstärken die Wirkung der von den glühenden Oxyden ausgehenden negativen Ionen gerade kompensieren, so müssen die Grenzstromstärken um so höher sein, je mehr die Wirkung der Ionen zur Geltung kommt, also je tiefer der Druck ist. Dies ist aber der Fall, wie die Messungen der Grenzstromstärken bei verschiedenen Drucken ergeben haben (p. 451).

Leitfähigkeit der Metalloxyde. Die durch die Einheit der Oberfläche fließende Stromstärke kann, wie aus Tab. VII (p. 450) zu ersehen ist, recht beträchtliche Werte erreichen. So beträgt z. B. die Stromdichte bei 1485°C . 1,5 Amp. Bedenkt man, daß nach W. Nernst und O. Reynolds¹⁾ die reinen heißen Metalloxyde außerordentlich geringes Leitvermögen besitzen, so überrascht auf den ersten Blick die Möglichkeit, durch das schlecht leitende CaO pro cm^2 einen Strom von 1,5 Amp. bei einer Spannung von 1—2 Volt (Kathodenfall) zu senden. Berechnet man die Leitfähigkeit aus der Schichtdicke ($d = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, berechnet aus Gewicht pro cm^2 und aus dem spezifischen Gewicht von CaO) und unter der Annahme, daß der Strom von 1,5 Amp. die mit der Sonde gemessene und als Kathodenfall bezeichnete niedrige Potentialdifferenz (im Mittel 1,5 Volt) in der Schicht hervorruft, so ergibt sich, daß die Leitfähigkeit ($k_{1485} = 0,00016$) außerordentlich gering ist und innerhalb der von W. Nernst und O. Reynolds²⁾ erhaltenen Werte der Leitfähigkeit reiner Metalloxyde liegt (z. B. $\text{ZrO}_2: k_{1200} = 0,00081$ und $\text{MgO}: k_{1500} = 0,000805$).

Hier entsteht auch die Frage, ob die Leitfähigkeit der reinen Metalloxyde der Hauptsache nach eine metallische oder eine elektrolytische ist. Gegen eine elektrolytische Leitung spricht, daß bei Stromdurchgang im Vakuum keine bemerkenswerte Drucksteigerung stattfindet, die auf eine Gasentwicklung aus dem Oxyde schließen ließe. Die Substanzmengen sind überhaupt so gering, daß die gesamte Menge (pro cm^2 nur 0,5 mg) bei 1 Amp. Stromdichte bereits in 2 Sek. zersetzt sein müßte. Bisher war aber irgend ein nennenswerter Ver-

1) W. Nernst u. O. Reynolds, Göttinger Ber., mathem.-physik. Klasse p. 328—330. 1900.

2) l. c. p. 329.

lust an Metalloxyd selbst bei langdauerndem Durchleiten starker Ströme nicht zu bemerken.

Versuche mit den nach W. Nernst¹⁾ bestleitenden Metalloxydgemischen ergaben keine Resultate, wenn nicht eines der wirksamen Oxyde darin vorhanden war, aber auch dann war die Grenzstromstärke bei gleicher Temperatur niedriger als bei den reinen Oxyden der alkalischen Erden.

Nutzen glühender Metalloxyde als Kathoden in Entladungsrohren. Benutzt man als Kathode eines weit evakuierten Entladungsrohres ein Platinblech, das mit einem der wirksamen Oxyde überzogen ist, und erhitzt dasselbe mit Hilfe des elektrischen Stromes, so lassen sich, da, wie oben gezeigt, der Kathodenfall unterhalb der Grenzstromstärke sehr klein ist, und das Gefälle in der positiven Säule mit zunehmender Stromstärke abnimmt, bereits bei sehr niedrigen Potentialdifferenzen außerordentlich starke Ströme durch das Rohr senden.

Bei einem Versuche, bei dem ein mit BaO überzogenes Platinblech von 2 cm² glühender Oberfläche als Kathode diente, ging bei Anlegung einer Spannung von 110 Volt (Lichtleitung des Erlanger Institutes) unter Vorschaltung eines passenden Widerstandes bei einem Anfangsdruck von 0,01 mm Hg eine Stromstärke von 3 Amp. durch das Entladungsrohr, wobei prachtvoll hellleuchtende Schichten auftraten. Der als Anode dienende 4 mm starke Aluminiumdraht schmolz dabei nach kurzer Zeit ab.

Die starke Wärmeentwicklung an der Anode ist verständlich, wenn man in Betracht zieht, daß der Anodenfall sich nur wenig mit der Stromstärke ändert und bei dem vorhandenen Drucke wohl 20—30 Volt beträgt. Bei 3 Amp. Stromstärke im Rohr werden also 60—90 Watt an der Austrittsstelle des Stromes aus der Anode in Wärme umgesetzt, eine Wärmemenge, die hinreichend die hohe Temperatur erklärt. Man verwendet deshalb besser 3—5 mm starke Eisendrahte als Anoden, die dabei bis zur Rotglut erwärmt werden.

Die Möglichkeit, durch Anwendung von Kathoden aus glühenden Metalloxyden bei niedrigen Drucken starke Ströme

1) l. c. p. 330.

durch Entladungsröhren zu senden, gibt uns ein Mittel in die Hand, die Vorgänge in der positiven Säule bis zu den tiefsten Drucken und sehr hohen Stromstärken zu verfolgen¹⁾; auch ist man in der Lage, durch sehr lange Röhren bei ganz tiefen Drucken noch Ströme mit der Hochspannungsbatterie zu senden, deren Spannung bei kalter Kathode bei weitem nicht ausreicht, deren Kathodenfall zu überwinden.

III. Benützung heißer Metalloxyde zur Erzeugung sehr weicher Kathoden- und Kanalstrahlen.

1. *Erzeugung weicher Kathodenstrahlen.* Trägt man auf ein schmales Platinblech mit Hilfe eines spitzen Pinsels ein wenig Calciumnitrat auf, welches durch Erhitzen in das Oxyd verwandelt wird, und benutzt dieses Blech als Kathode eines Entladungsröhres, so ist bei Temperaturen zwischen 800 und 1600° C., wie aus den obigen Versuchen hervorgeht, der Kathodenfall am CaO beträchtlich niedriger als am reinen Platin. Die Folge hiervon ist, daß die gesamte Entladung durch den CaO-Fleck fließt. (Vgl. die Versuche p. 465.) Solange die Stromdichte (i in cm^{-2}) unterhalb der Grenzstromdichte (vgl. p. 449) bleibt, ist der Kathodenfall zu gering, um Kathodenstrahlen und, damit zusammenhängend, Glimmlicht²⁾ zu erzeugen. In unmittelbarer Nähe der Kathode ist das Gas dunkel. Steigert man die Stromstärke ein wenig über die Grenzstromstärke, so sieht man Glimmlicht in unmittelbarer Nähe des CaO-Fleckes, das durch sehr weiche kurze Kathodenstrahlen erzeugt wird. Steigert man die Stromstärke noch weiter, so kann man einen beliebig großen Kathodenfall erzeugen, also den Kathodenstrahlen jede beliebige Geschwindigkeit erteilen.



Fig. 19.

Die so entstehenden Kathodenstrahlen bilden ein dünnes, intensiv blau gefärbtes Bündel *B* (Fig. 19), das senkrecht zur Oberfläche des Platinbleches *D* von dem Oxydfleck *O* ausgeht. Dabei nimmt die Begrenzung des

1) Versuche hierüber sind im hiesigen Institute im Gange.

2) E. Goldstein, Wied. Ann. 67. p. 84. 1899.

dunklen Kathodenraumes die Gestalt einer Nabelfläche N an, gerade wie bei Hohlkathoden.

Durch Benutzung derartiger Kathoden (glühendes Platinblech mit Oxydfleck) ist man imstande, Kathodenstrahlen noch bei so tiefen Drucken zu erzeugen, bei denen sonst keine Entladung mehr durch das Rohr zu senden wäre. Die diffuse Zerstreuung der Kathodenstrahlen ist hierbei so gering, daß dieselben auf weite Strecken als scharf begrenzter dünner Strahl zu sehen sind. Die Helligkeit dieser Strahlen ist sehr viel stärker als diejenige der auf gewöhnliche Weise erzeugten Kathodenstrahlen, was wohl seine Ursache in der Mitführung weit größerer Elektrizitätsmengen durch erstere hat.

Die von den weichen Kathodenstrahlen mitgeführten Elektrizitätsmengen. Die von den weichen Kathodenstrahlen mitgeführten Elektrizitätsmengen habe ich mit Hilfe folgender Anordnung gemessen (Fig. 20).

Die Kathode K bestand aus einem schmalen Platinstreifen, der durch den Strom zweier isoliert aufgestellter Akkumulatoren geglüht wurde, und auf dem sich ein ca. 1 mm^2 großer Fleck von CaO befand. Dieser Kathode, die mit dem negativen

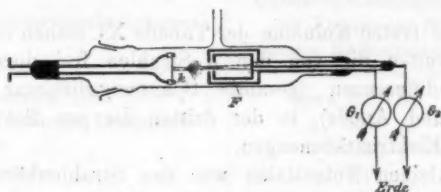


Fig. 20.

Pol einer 20 plattigen Influenzmaschine verbunden war, gegenüber befand sich ein Faradayscher Zylinder F , der vorn durch ein Diaphragma von 5 mm Weite abgeschlossen war. Der innere Zylinder sowohl als der äußere waren durch Galvanometer G_1 und G_2 zur Erde abgeleitet, ebenso der positive Pol der Influenzmaschine. Diese lieferte einen konstanten Strom von $0,35 \cdot 10^{-3}$ Amp., wie die Summe der durch die beiden Galvanometer abfließenden Ströme ergab. Durch Änderung der Temperatur der glühenden Kathode wurde der Kathodenfall und damit die Geschwindigkeit der Teilchen

geändert. Folgende Tabelle XI zeigt die bei verschiedenen Potentialen von den Strahlen pro Sekunde mitgeführten Ladungen (i).

Tabelle XI.

Druck in mm Hg	Volt	i in 10^{-3} Amp.
0,03	78,5	0,009
0,024	107	0,245
0,021	110	0,26
0,019	165	0,305
0,025	199	0,32
0,027	207	0,34
0,024	215	0,34
0,022	227	0,34
0,026	300	0,305
0,028	310	0,305
0,014	500	0,296
0,016	700	0,26
0,022	900	0,197
0,019	1100	0,192
0,020	1500	0,165

In der ersten Kolumne der Tabelle XI stehen die Drucke, in der zweiten die von den *K*-Strahlen frei durchlaufenen Spannungsdifferenzen (gesamte Spannungsdifferenz zwischen Kathode und Anode), in der dritten die pro Sekunde mitgeführten Elektrizitätsmengen.

Bei kleinen Potentialen war das Strahlenbündel etwas diffus, so daß bei weitem nicht alle Strahlen in den inneren Teil des Faradayschen Zylinders gelangten. Dasselbe trat bei sehr hohen Potentialen ein, wo nicht nur von dem CaO -Fleck, sondern auch bereits von den übrigen Metallteilen der Kathode *K*-Strahlen ausgingen, so daß in diesen Fällen die angegebene Elektrizitätsmenge keineswegs der von den Strahlen wirklich transportierten entsprach. Bei mittleren Potentialen hingegen (von ca. 165—500 Volt) ist der Querschnitt des Bündels so klein, daß die gesamten Strahlen in den Zylinder fallen und hierbei zeigt sich das eigenartige Resultat, daß die von den *K*-Strahlen pro Zeiteinheit mitgeführten Elektrizitätsmengen gleich der durch das Rohr fließenden Stromstärke sind,

d. h. daß die Kathodenstrahlen unter gewissen Bedingungen die Bahn des Stromes selbst darstellen. Letzteres folgt auch aus früheren Versuchen von Hrn. E. Wiedemann,¹⁾ welcher fand, daß bei Ablenkung von Kathodenstrahlen durch einen Magnet gegen die Rohrwand einer zylindrischen Entladungsröhre das positive Licht stets zur Auftreffstelle der Kathodenstrahlen wandert. Ob und wie weit man aber aus derartigen Versuchen überhaupt auf die von den Kathodenstrahlen mitgeführten Elektrizitätsmengen einen Schluß ziehen kann, bedarf einer eingehenderen Untersuchung.

*Fluoreszenzerregung*²⁾ durch sehr weiche Kathodenstrahlen. Diese so große Elektrizitätsmengen transportierenden Strahlen sind besonders geeignet, bereits bei niedrigen Geschwindigkeiten lebhafte Fluoreszenz hervorzurufen. Folgende Tab. XII gibt für einige fluoreszierende Substanzen die untere Spannungsgrenze für Kathodenstrahlen an; durch welche erstere noch zur wahrnehmbaren Fluoreszenz erregt werden.

Tabelle XII.

Fluoreszierende Substanz	Untere Spannungsgrenze der Fluoreszenz für langsame Kathodenstrahlen
Thüringer Glas	etwa 260 Volt
Balmainsche Leuchtfarbe .	„ 300 „
ZnS	„ 145 „
Uranglas	„ 670 „

Daß man bei so niedrigen Potentialen von gewöhnlichen Kathodenstrahlen³⁾ keine so lebhafte Fluoreszenzerregung erhält, hängt wohl mit den weit geringeren von letzteren transportierten Elektrizitätsmengen zusammen.

Messung der Geschwindigkeit und des Verhältnisses von Ladung zur Masse sehr weicher Kathodenstrahlen. Die vorzügliche Sichtbarkeit und scharfe Begrenzung der Kathoden-

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 20. p. 780. 1883.

2) A. Wehnelt, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 5. p. 424. 1903.

3) Vgl. Ph. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 714. 1903.

strahlen an glühenden Metalloxyden machen sie besonders geeignet zu exakten Messungen ihrer Geschwindigkeit bis zu den langsamsten Strahlen, was jetzt im Hinblick auf die von Hrn. Abraham¹⁾ aufgestellte und durch Hrn. Kaufmann²⁾ für große Geschwindigkeiten experimentell bestätigte Theorie, daß die Masse der Elektronen eine rein elektromagnetische ist, von großem Werte wäre.

Ich habe einstweilen nur einige rohe Bestimmungen ausgeführt, zu denen ich mich folgender Versuchsanordnung bediente.

Ein Entladungsrohr *R* (Fig. 21 (a)) enthielt als Kathode einen schmalen Streifen aus Platinfolie, der parallel zur Rohrachse verlief und elektrisch erhitzt wurde. Auf der Mitte des Platinstreifens befand sich ein Fleck von CaO . Die Kathode *K* war geerdet und die Anode *A* wurde unter Einschaltung eines Jodkadmiumwiderstandes mit dem positiven Pol einer Hochspannungsbatterie verbunden, deren negativer Pol geerdet war. Durch passende Wahl von Stromstärke im Rohr und Temperatur des glühenden Bleches konnte der Kathodenfall, der mit Hilfe einer Sonde *S* (Fig. 21 (b))

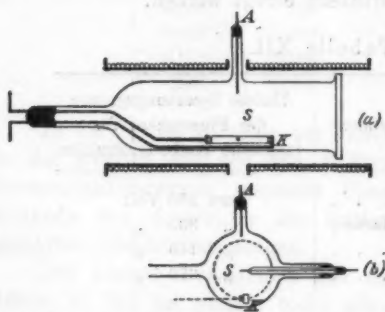


Fig. 21.

gemessen werden konnte, beliebig geändert und damit Kathodenstrahlen von beliebiger Geschwindigkeit erzeugt werden.

Das Rohr war an einem Ende mit einer aufgekitteten ebenen Glasplatte versehen, so daß man die Vorgänge im Innern des Rohres verfolgen konnte.

Sendet man nun bei recht tiefen Drucken und passender Temperatur des glühenden Pt-Streifchens Strom durch das Rohr, so tritt ein intensiv blaues Kathodenstrahlenbündel aus

1) M. Abraham, Ann. d. Phys. 10. p. 105—179. 1903.

2) W. Kaufmann, Götting. Nachr. p. 291. 1902; Verhandl. der 74. Naturforscherversammlung in Karlsbad; Physik. Zeitschr. 4. p. 54. 1902.

dem CaO-Fleck in der in Fig. 21 (b) punktiert gezeichneten Richtung, also senkrecht zur Rohrachse auf. Über das Rohr *R* sind nun zwei lange Spulen geschoben, die dort, wo die Kathodenstrahlen entstehen, ein nahezu homogenes Magnetfeld erzeugen, dessen Kraftlinien parallel zur Rohrachse und senkrecht zur Bahn der Kathodenstrahlen verlaufen. Letztere werden hierdurch zu einem völligen Kreise zusammengebogen, der der geringen diffusen Zerstreuung der Strahlen wegen außerordentlich deutlich zu sehen und dessen Krümmungsradius leicht zu messen ist. Fig. 22 zeigt drei photographische Aufnahmen in natürlicher Größe von verschiedenen weichen Strahlen bei konstanter Stärke des Magnetfeldes.

Die Bestimmung der Geschwindigkeit v sowie des Verhältnisses e/μ dieser weichen Kathodenstrahlen geschah durch Messung der magnetischen Ablenkbarkeit und der von den Strahlen durchlaufenen Potentialdifferenz (Kathodenfall). Letztere wurde mit Hilfe der Sonde *S* und eines Quadrantenelektrometers ermittelt. Zur Bestimmung der magnetischen Ablenkbarkeit wurden die Kathodenstrahlen durch Änderung der Stärke des Magnetfeldes stets zu einem Kreise von 2 cm Durchmesser zusammengebogen. Die Größe des Durchmessers wurde durch ein Fernrohr bestimmt, in

dessen Gesichtsfeld eine Skale hineinprojiziert wurde. Die Potentialmessungen waren einstweilen nur ganz rohe, da die feststehende Sonde bei den verschiedenen großen dunklen Kathodenräumen nicht den wahren Kathodenfall zu messen gestattete.



Fig. 22.

Folgende Tab. XIII enthält die Resultate:

Tabelle XIII.

Geschwindigkeit (v) und Verhältnis von Ladung zur Masse (e/μ)
sehr weicher Kathodenstrahlen.

Druck in mm Hg	Kathoden- fall (V) in Volt	Geschwindig- keit (v) in cm	$\frac{e}{\mu}$	Bemerkungen über die Temperatur
0,028	8,5	$0,016 \cdot 10^{10}$	$1,4 \cdot 10^7$	Helle Weißglut
0,022	30,0	0,020	1,34	
0,023	85,0	0,056	1,81	
0,027	161,0	0,068	1,37	Temperatur langsam abnehmend bis zur Rötglut
0,025	171,0	0,070	1,42	
0,020	192,0	0,075	1,45	
0,022	242,0	0,082	1,37	
0,020	342,0	0,107	1,67	

Die erhaltenen Werte e/μ liegen zwischen denen von S. Simon¹⁾ ($e/\mu = 1,865 \cdot 10^7$) und denen von Ph. Lenard²⁾ ($e/\mu = 1,16 \cdot 10^7$).

Die Geschwindigkeit der untersuchten Strahlen stieg von $\frac{1}{200}$ der Lichtgeschwindigkeit ($0,016 \cdot 10^{10}$ cm/sec⁻¹ bei 8,5 Volt) bis auf $\frac{1}{28}$ der Lichtgeschwindigkeit ($0,107 \cdot 10^{10}$ cm/sec⁻¹ bei 342 Volt).

In den Photographien Fig. 22 sieht man deutlich die Grenze des sehr kleinen dunklen Kathodenraumes; die Kathodenstrahlen sind, solange sie sich innerhalb des dunklen Kathodenraumes bewegen, wesentlich lichtschwächer, als wenn sie aus demselben heraustreten, wodurch sich die Grenze scharf abhebt.

Diese Art der Geschwindigkeitsmessung der Kathodenstrahlen eignet sich auch vorzüglich zur Demonstration vor einem kleineren Zuhörerkreise.³⁾

Erzeugung weicher Kanalstrahlen. Durchlöchert man ein Platinblech, welches auf einer Seite mit CaO überzogen ist

1) S. Simon, Wied. Ann. 69. p. 589. 1899.

2) Ph. Lenard, Ann. d. Phys. 2. p. 368. 1900.

3) Ich habe diese Methode bereits im Ferienkurse für Oberlehrer der Physik im Juli 1908 benutzt, um die Bestimmung von e/μ und v der Kathodenstrahlen zu demonstrieren.

und benutzt es im glühenden Zustande als Kathode eines Entladungsrohres, so treten bei Potentialen von ca. 50 Volt an aus den Öffnungen nach rückwärts *Kanalstrahlen* aus. Leider sind dieselben so diffus, daß ich bis jetzt noch keinerlei Messungen an ihnen vornehmen konnte. Es ist zu vermuten, daß diese Kanalstrahlen, da sie ihre Geschwindigkeit nur durch sehr kleine Potentialdifferenzen erhalten, auch relativ leicht magnetisch und elektrostatisch ablenkbar sein werden.

IV. Stromverteilung an einer glühenden, nur teilweise mit Oxyd bedeckten Kathode.

Zur Erzeugung weicher Kathodenstrahlen diene, wie oben beschrieben, ein blankes Platinblech, auf dem sich nur ein kleiner kreisförmiger CaO-Fleck befand. Dem Aussehen der Entladung nach ging der gesamte Strom nur durch den Oxydfleck, während durch die Oberfläche des Platinbleches keine Entladung zu gehen schien. Um dies zu prüfen, stellte ich folgenden Versuch an:

In einem Entladungsrohr *R* (Fig. 23 (a)), welches 3 cm weit und 25 cm lang ist, befindet sich die Anode *A*. Als Kathode *K* dienen zwei Platindrähte *P*₁ und *P*₂ (Fig. 23 (b)), die sich nebeneinander in einem senkrecht zur Achse gelegenen Querschnitt des Rohres befinden. Der eine der beiden Platindrähte (*P*₁) ist mit CaO überzogen, der andere (*P*₂) ist blank, der Druck im Rohr ca. 0,01 mm Hg. Erhitet man

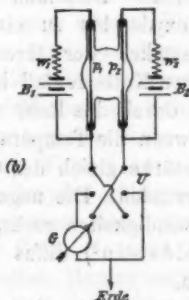
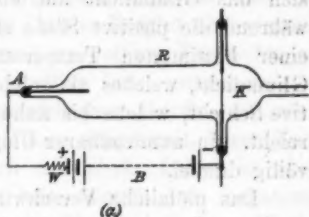


Fig. 23.

die Drähte durch getrennte Batterien *B*₁ und *B*₂, sendet durch das Rohr den Strom einer Hochspannungsbatterie oder Influenzmaschine und schaltet ein Galvanometer *G* mit Hilfe des Umschalters *U* bald in die eine oder andere Leitung, die von

den Platindrähten zur Erde führt, so findet man, daß bei Rotglut beider Drähte der gesamte Strom durch die mit Oxyd bedeckte Kathode geht, und daß erst eine Erhitzung des blanken Platindrahtes bis zu heller Weißglut (1600°) nötig ist, ehe ein Anteil des Stromes auch durch ihn abfließt.

Glimmlicht und erste positive Schicht. In diesem Rohr zeigte sich noch folgende Erscheinung. Wurde der mit CaO überzogene Platindraht allein als Kathode benutzt, so war das Aussehen der Entladung das Charakteristische der Glimmentladung, d. h. an der Kathode befand sich ein dunkler Kathodenraum und Glimmlicht; welches von der ersten positiven Schicht durch den Faradayschen Dunkelraum getrennt war. Erhitzt man den mit CaO überzogenen Draht auf Rotglut, so zieht sich das Glimmlicht auf einen kleineren Raum zusammen, während die positive Säule sich entsprechend verschiebt. Bei einer bestimmten Temperatur entsteht plötzlich aus dem Glimmlicht, welches als solches verschwindet, eine neue positive Schicht, welche bis nahe an die glühende Kathode heranreicht. In unmittelbarer Umgebung der Kathode ist das Gas völlig dunkel.

Das plötzliche Verschwinden des Glimmlichtes bei einer gewissen Temperatur erklärt sich aus den vorhergehenden Versuchen. Dieselben hatten ergeben, daß die glühenden Metalloxyde bis zu einer von der Temperatur abhängigen Stromstärke, der Grenzstromstärke, einen außerordentlich niedrigen Kathodenfall besitzen. Sendet man einen konstanten Strom durch das Rohr und erhitzt allmählich die Kathode, so wird, wenn die Temperatur erreicht ist, für die die vorhandene Stromstärke gleich der Grenzstromstärke ist, der Kathodenfall verschwinden. Die negativen Ionen erhalten dann keine solche Geschwindigkeiten mehr, daß sie Glimmlicht, d. h. nach Herrn E. Goldstein¹⁾ diffus zerstreute Kathodenstrahlen erzeugen können.

Daß im Glimmlicht eine erste positive Schicht enthalten ist, habe ich bereits in anderen Fällen beobachtet und beschrieben.²⁾

1) E. Goldstein, Wied. Ann. 67. p. 84. 1899.

2) A. Wehnelt, Habilitationsschrift, Erlangen 1901. p. 48.

V. Resultate.

Zum Schluß seien die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchungen noch einmal kurz zusammengefaßt.

Bedeckt man ein Platinblech mit einer Metallverbindung und benutzt dasselbe als Kathode eines Entladungsrohres, so zeigt sich, daß eine Reihe von Metallverbindungen, besonders die Oxyde der Erdalkalien (Ca, Ba und Sr) im Glühzustande den Kathodenfall stark herabsetzen. Dieser Einfluß auf den Kathodenfall weist darauf hin, daß die betreffenden Oxyde (wirksame Oxyde) zahlreiche negative Ionen aussenden.

Quantitative Versuche über die Aussendung negativer Ionen wurden sowohl bei Atmosphärendruck, als auch bei niedrigen Drucken angestellt.

Die Versuche bei Atmosphärendruck ergaben, daß aus den wirksamen Oxyden bereits bei dunkler Rotglut überwiegend negative Ionen austreten, während an reinem Platin bis zu sehr hohen Temperaturen mehr positive Ionen entstehen.

Im Vakuum werden von den wirksamen Oxyden wie auch von reinem Platin nur negative Ionen ausgesandt, deren Zahl mit steigender Temperatur stark anwächst. Dabei ist aber die Zahl der pro Flächeneinheit ausgesandten negativen Ionen bei den Oxyden rund 1000 mal größer als bei reinem Platin.

Herr O. W. Richardson stellt für die Beziehung zwischen der Temperatur und der Zahl der aus reinem Platin im Vakuum austretenden negativen Ionen eine aus dem Boltzmann-Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz hergeleitete Exponentialformel auf, in welche auch die Zahl der in der Volumeneinheit (Platin) enthaltenen negativen Ionen eingeht. Aus meinen Versuchen folgt, daß die Formel auch für die Beziehung derselben Größen an Metalloxyden gültig ist. Die Berechnung der in der Volumeneinheit eines Metalloxydes enthaltenen negativen Ionen ergibt eine Zahl, die rund 100 mal größer ist, als die Zahl der in demselben Raume enthaltenen Moleküle, so daß man annehmen muß, daß einem jeden Molekül eines Metalloxydes zahlreiche negative Ionen angelagert sind.

Quantitative Messungen über den Einfluß glühender Metalloxydelektroden auf die Glimmentladung haben ergeben, daß ein wesentlicher Einfluß nur vorhanden ist, wenn das glühende Metalloxyd als Kathode dient. In diesem Fall ist selbst bei

den tiefsten Drucken der Kathodenfall bis zu einer von der Temperatur abhängigen Stromdichte ($i \cdot \text{cm}^{-2}$), der Grenzstromdichte, nahezu Null, nach deren Überschreitung er schnell wächst.

Die Erklärung des niedrigen Kathodenfalles an glühenden Metalloxyden, sowie des Vorhandenseins einer Grenzstromdichte, nach deren Überschreitung der Kathodenfall schnell wächst, ergibt sich aus Versuchen des Herrn G. C. Schmidt, welcher zeigte, daß negative Ionen, in einen dunklen Kathodenraum (Verarmungsbereich für negative Ionen) gebracht, diesen stark herabsetzen und unter Berücksichtigung der von mir gefundenen Tatsache, daß glühende Metalloxyde zahlreiche negative Ionen aussenden.

Die Grenzstromdichte ist nach dieser Erklärung diejenige Stromdichte, bei der die Fortführung negativer Ionen und die dadurch bedingte Verarmung gerade nicht mehr durch die aus dem glühenden Oxyde austretenden negativen Ionen kompensiert wird.

Hieraus folgt weiter, daß die Grenzstromdichte wachsen muß, wenn die Zahl der vom Oxyd ausgesandten negativen Ionen wächst. Da letztere mit steigender Temperatur stark zunimmt, so erklärt sich auch die starke Steigerung der Grenzstromdichte mit wachsender Temperatur. Ein Vergleich der Grenzstromdichten mit der Zahl der bei gleicher Temperatur pro Flächeneinheit ausgesandten negativen Ionen ergibt, daß die beiden Größen tatsächlich einander proportional sind.

Die Grenzstromdichten an glühenden Metalloxydkathoden erreichen bei höheren Temperaturen außerordentlich große Werte, so daß es möglich ist, bei ganz tiefen Drucken unter Benutzung niedriger Potentialdifferenzen (z. B. 100 Volt) Ströme von mehreren Ampères Stärke durch Entladungsröhren zu senden.

Ferner setzen uns die Metalloxyde in den Stand, Kathoden- und Kanalstrahlen von sehr geringen Geschwindigkeiten zu erzeugen, deren genauere quantitative Erforschung im Hinblick auf die Abrahamsche Theorie des bewegten Elektrons von Bedeutung ist.

Erlangen, Physikalisches Institut, April 1904.

(Eingegangen 20. April 1904.)

2. Labialpfeifen und Lamellentöne; von R. Wachsmuth.

(Hierzu Taf. II, Figg. 1—21.)

1. Angeregt durch die Ausführungen des Hrn. Hensen¹⁾ über die Entstehungsweise des Labialpfeifentones veranlaßte ich in dem hiesigen Institut die Herren Friedrich²⁾ und Weerth³⁾, auf diesem Gebiet zu arbeiten. Trotz manchen interessanten Resultates bot sich eine einfache Lösung der Grundfrage zunächst noch nicht. Ich habe mich daher weiterhin mit dem Problem beschäftigt und glaube nunmehr eine neue Erklärungsweise für die Entstehung von Schneidentönen und Pfeifentönen bieten zu können.

Meine Untersuchungen erstrecken sich auf die Erscheinungen, welche auftreten einmal, wenn Luft ohne zu tönen aus einem schmalen Spalt frei ausströmt; sodann, wenn in den Weg des Luftstromes parallel zu dem Spalt die Kante oder Schneide einer Einlage gebracht wird; und schließlich, wenn aus der beliebig gestalteten Windlade die Luftkammer einer Orgelpfeife und aus der Schneide deren Lippe wird. Dabei werden stets nur solche Drucke des Blasestromes benutzt, welche mit Schneide oder Pfeife Töne geben. Dagegen sollen die Töne ausgeschlossen bleiben, welche schon an und für sich durch den Austritt des Luftstromes aus einer engen Öffnung oder Röhre entstehen⁴⁾; sowie ferner die Ausströmungserscheinungen, welche Drucke von über einer Atmosphäre erfordern⁵⁾, da solche Drucke für die Orgelpfeifen nicht zur Verwendung zu kommen pflegen.

1) V. Hensen, Ann. de Phys. 2. p. 719. 1900; 4. p. 41. 1901.

2) W. Friedrich, Ann. d. Phys. 7. p. 97. 1902.

3) M. Weerth, Ann. d. Phys. 11. p. 1086. 1903.

4) Vgl. z. B. M. A. Masson, Ann. de chim. et phys. (3) 40. p. 333. 1854; W. Kohlrausch, Wied. Ann. 13. p. 545. 1881.

5) E. Mach u. P. Salcher, Wied. Ann. 41. p. 144. 1890; R. Emde, Wied. Ann. 69. p. 264. 1899.

Der erste Teil der nachfolgenden Arbeit enthält Untersuchungen, bei welchen die Beobachtung der erzielten Töne mit dem *Gehör* erfolgen kann. Die Tonhöhe läßt sich mit Hilfe des Monochords festlegen.

Der zweite Teil soll dann das Wesen der Tonbildung, d. h. die Vorgänge in der schwingenden Luftlamelle selbst behandeln. Hierzu war es notwendig, die entstehende Luftbewegung *objektiv* sichtbar zu machen.

I.

2. *Sprünge in der Tonhöhe der Schneidentöne.* Um Konstanz eines Tones zu erhalten, mußte bei der Vorrichtung zum Blasen in allen Fällen auf einen sehr gleichmäßigen Luftdruck gesehen werden, und es konnte der Tretbalg nur für einige Vorversuche dienen. Ein Wasserstrahlgebläse ließ sich nicht anwenden, da die städtische Wasserleitung nicht den erforderlichen Druck besitzt. Es wurde daher wie schon bei der Arbeit von Weerth ein Stahlzylinder mit komprimierter Luft verwendet. Dieser lieferte unter Zwischenschaltung eines regulierbaren Reduzierventils den gewünschten Luftstrom. Die Sauerstoffgesellschaft in Berlin ließ sich in liebenswürdiger Weise darauf ein, große, 5000 l fassende Sauerstoffzylinder zu wesentlich ermäßigtem Preise mit komprimierter Luft von ca. 150 Atm. Druck zu füllen. Das von derselben Gesellschaft bezogene Reduzierventil gestattete, die Luft unter beliebig schwachem Druck bis zu maxim. 1,5 Atm. daraus zu entnehmen. Eine Druckänderung machte sich durch Sinken der Tonhöhe erst in größeren Zeitintervallen bemerkbar.

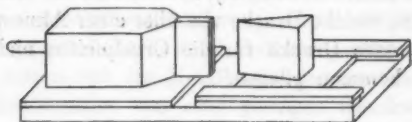


Fig. 1.

Ein solcher Luftstrom von konstantem Druck wurde in ein Mundstück mit rechteckigem, meist 0,1 cm breiten und 4 cm langen geraden Spalt geleitet (vgl. Fig. 1) und traf, als Luftlamelle austretend, auf einen dem Spalt in variablem Ab-

stand gegenübergestellten schneidenförmigen Holzkeil.¹⁾ Spaltöffnung und Keil standen genau parallel. Berühren sich beide, so erhält man ein zischendes Geräusch, aber keinen Ton. Vergrößert man langsam den Abstand, so tritt bei ziemlich kurzen, mit der Stärke des Luftdruckes veränderlichen Entfernungen (etwa zwischen 0,4 und 1,5 cm) ein klarer Ton auf. Dieser wird mit wachsendem Abstand tiefer. Dann kommt eine Grenze, wo der tiefe Ton sich nicht mehr halten kann, sondern um eine Oktave in die Höhe springt. Dies hat schon Hr. Weerth angegeben.

Steigt der Abstand noch weiter, so wird der Ton wieder tiefer, bis er abermals hochspringt, diesmal um eine Quint, und zwar wird etwa wieder der Ton des ersten Sprunges erreicht. Gleichzeitig tönt leise ein tieferer Ton mit, der sich als Fortsetzung des ursprünglichen Grundtones erweist.

Bei noch größerem Abstand hört sehr bald eine klare Tonbildung auf. Es läßt sich jedoch bei günstigen Versuchsbedingungen noch ein weiterer Sprung erhalten (vgl. p. 481).

Nähert man jetzt den Keil wieder, so treten dieselben zwei Sprünge, der Oktavensprung und der Quintensprung, abermals auf, aber in umgekehrter Reihenfolge, und zwar in fast denselben Abständen wie vorher. Es macht sich nur eine kleine Verschiebung zugunsten der bestehenden Schwingung geltend. Die Fig. 2 wird die Erscheinung weiter

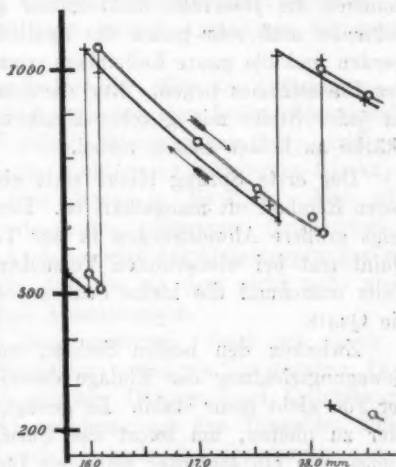


Fig. 2.

1) Die horizontale Anordnung des Versuches hat vor einer vertikalen den Vorteil, den Einfluß der Luftströmungen und der Temperaturdifferenzen im Zimmer zu verkleinern.

erläutern. In derselben sind die Resultate eines Versuches aufgetragen und zwar die Abstände zwischen Spalt und Schneide als Abszissen, die mit dem Monchord bestimmten Schwingungszahlen als Ordinaten. Beide Tonsprünge kommen klar zum Ausdruck.

Die Versuche wurden vielfach wiederholt¹⁾, Spaltweite wie überhaupt die ganze Gestalt des Windkastens verändert, ebenso verschiedenartige Einlagen benutzt. Die Spaltweiten variieren von 0,025 bis 0,1 cm, die Längen von 0,25 bis 4 cm, die scharfe Kante der Einlage war immer 5 cm lang. Die Lage der Sprungstellen hängt von Druck und Abstand ab, jedoch bleibt der Grundtypus der Erscheinung derselbe. Freilich kommen die Intervalle nicht immer ganz rein heraus. Die Schneide muß sehr genau der Spaltöffnung parallel gerichtet werden und die ganze Keileinlage symmetrisch zur Mittelebene des Blasestromes liegen. Nur dann trifft dieser die Schneide an jeder Stelle mit gleicher Kraft und streicht in gleicher Stärke an beiden Seiten vorbei.

Der erste Sprung bleibt stets eine Oktave, wenn auch deren Reinheit oft mangelhaft ist. Der zweite Sprung dagegen zeigt größere Abweichungen in der Tonhöhe. An Stelle der Quint trat bei wiederholten Versuchen je nach Stellung des Keils manchmal die kleine Sext auf oder in seltenen Fällen die Quart.

Zwischen den beiden Stellen, wo bei entgegengesetzter Bewegungsrichtung der Einlage derselbe Sprung eintritt, ist der Ton nicht mehr stabil. Es genügt, den anderen zu singen oder zu pfeifen, um sofort das Umschlagen zu veranlassen, ebenso wie ein lebhafter seitlicher Luftstrom den Sprung zu früh herbeiführt. Hierin liegt der Grund für die erwähnten Unreinheiten. Eine Erklärung dieser Erscheinung ist einfach, wenn wir hier schon vorweg nehmen dürfen, daß die Luftlamellen hin und her pendeln. Die ankommende Schallwelle

1) Ich möchte nicht versäumen, auch an dieser Stelle für die liebenswürdige Bereitwilligkeit zu danken, mit der mir Herr Hensen den von ihm *Ann. d. Phys.* 2. p. 725. 1900 beschriebenen, fein einstellbaren Apparat zur Verfügung gestellt hat. Ich habe auch mit diesem sämtliche beschriebene Erscheinungen gehört und photographiert.

mit ihrer wechselnden Verdichtung und Verdünnung zwingt der Lamelle ihre Periode auf.

3. Genau dieselben Erscheinungen mußte man offenbar auch finden, wenn man den Abstand Spaltöffnung—Schneide konstant hielt und den Druck veränderte. Ließ man den Druck langsam steigen, so wurden ebenfalls beide Sprünge erhalten.

Eine zahlenmäßige Feststellung der Tonhöhe erfolgte zunächst nur an den Sprungstellen (vgl. Fig. 2), unterblieb dagegen für die Gebiete der regelmäßigen Tonänderung, da darüber schon mehrfache Angaben vorliegen. Auch hat Weerth¹⁾ gezeigt, daß die Tonhöhe der Drucksteigerung nicht genau proportional ist, sondern etwas langsamer zunimmt. Im neunten Abschnitt sind dann genaue Aufnahmen des ganzen Verlaufes gegeben.

4. *Schneidentöne außerhalb der Mitte des Luftstromes.* Bewegt man in dem Gebiet zwischen den beiden Sprungstellen die Schneide aus der axialen Richtung zur Seite, trifft also der Luftstrom die Kante nicht mehr mit voller Stärke, so springt der Ton um eine Oktave in die Tiefe. Man erhält also die Fortführung des zuvor verlassenen Grundtones vor dem ersten Sprung. Auch jenseits des Quintensprunges zeigt sich diese Erscheinung, doch ist sie dort nicht mehr gleichmäßig und zeigt häufige Abweichungen.

5. *Wirkung von Resonanzröhren.* Jetzt sei durch bestimmten Druck und Schneidenabstand ein Ton gegeben. Dieser wird meist im Gebiet zwischen Oktaven- und Quintensprung liegen. Vor dem Oktavensprung ist das Tongebiet äußerst klein, die Töne schwach, jenseits des Quintensprunges ist einmal nur ein verhältnismäßig schmales Gebiet klarer Töne

1) M. Weerth, l. c. p. 1093. Auf ein zwei- bis dreimaliges Springen der Töne hat übrigens schon C. Sondhauss, Pogg. Ann. 91. p. 126 u. 214. 1854 hingewiesen. Er erklärte die Sprünge als Interferenzerscheinungen von direkt fortlaufenden Wellen und solchen, die zurücklaufend im Windkasten eine Reflexion erfahren haben. Wenn auch durch die Versuche von Friedrich festgestellt ist, daß Pulsationen, also Schallwellen, sich rückwärts in die Blasenschläuche sogar viele Meter weit fortpflanzen, so ist doch, wie weiter unten gezeigt wird, diese Erklärung der Sprünge im allgemeinen nicht zutreffend.

und dann stört der mitklingende tiefe Ton die Reinheit. Dagegen konnte schon Weerth durch eine feste Verbindung zwischen Blasekasten und Keil (Fig. 3) unter mittlerem Abstand eine laut tönende Pfeife konstruieren, deren Höhe allerdings in weiten Grenzen von dem Druck des Blasestromes abhängt.

Es soll jetzt untersucht werden, wie dieser Ton sich ändert, wenn man eine Resonanzröhre in die Nähe bringt. Zu

diesem Zweck wird ein weites Glasrohr auf der einen Seite durch einen verschiebbaren Kork verschlossen und mit der offenen Seite senkrecht gegen die Lamellenebene gehalten (Fig. 4). Durch Verschiebung des Korkes läßt sich die Röhre auf Resonanz abstimmen.¹⁾ Dabei zeigt

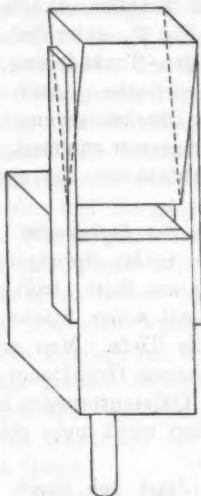


Fig. 3.

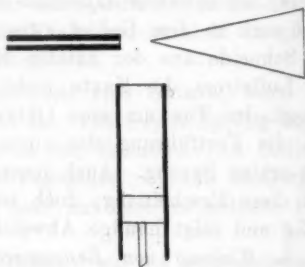


Fig. 4.

sich, daß die Tonhöhe des Schneidentones sich innerhalb nicht zu enger Grenzen der Schwingung des Resonanzrohres anzupassen vermag, d. h. daß auch benachbarte Schneidentöne in den Resonanzton zwangsweise übergehen. Durch schnelles Hin- und Herschieben des Korkes läßt sich, ähnlich wie bei der Quinckeschen Resonanzröhre, leicht das Tonmaximum bestimmen.

1) F. Ernecke, Berlin, liefert ein „einfaches Labium, welches, auf ein beliebiges Gefäß gelegt, durch Anblasen zum Tönen gebracht wird“. Der Apparat ist seinerzeit, wie mir die Firma mitteilt, von Hrn. Schulrat Bertram angegeben worden.

Umgekehrt — und das ist für die Labialpfeifen wichtig — läßt sich bei einmal eingestellter Resonanzröhre der Schneidenabstand etwas verändern, ohne daß die Tonhöhe darunter leidet. Doch gibt es auch hier eine bestimmte Lage für das Tonmaximum.

Schließlich kann man bei festem Schneidenabstand und unveränderlicher Länge des Resonanzbodens den Luftdruck innerhalb kleiner Grenzen variieren, ohne daß die Tonhöhe sich ändert. Dabei ist jedoch erforderlich, daß der Luftstrom stark genug bleibt, um die Resonanzbewegung innerhalb der Röhre hervorzurufen.

Ferner erhält man bei konstantem Abstand in dem Gebiet, wo bereits der Oktavensprung in die Höhe eingetreten war, durch Verdoppelung der Länge des Resonanzrohres wieder den um eine Oktave tieferen eigentlichen Grundton. Mit Unterstützung der Resonanzröhre kommt also ein Ton von solcher Tiefe zustande, wie er sich ohne diese nicht zu halten vermag. Man kann daher durch langsame Vergrößerung des Schneidenabstandes und gleichzeitige Verlängerung der Resonanzröhre den Oktavensprung ganz verhindern.

6. Der Versuch läßt sich auch so anstellen, daß man die Resonanzröhre schräg anschneidet und an die keilförmige Schneide glatt anlegt (Fig. 5)

Jetzt tritt der Luftstrom wie bei der Orgelpfeife ein, dabei zeigt es sich, daß es für die Tonhöhe ganz gleichgültig ist, ob das Resonanzrohr an der in der Figur punktierten Stelle, die dem Kern der Orgelpfeife entspricht, gegen den Spalt hin abgeschlossen

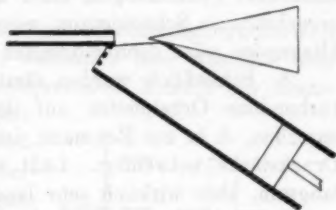


Fig. 5.

wird oder offen bleibt. Von einer etwa hier auftretenden Transversallamelle ist kein Anzeichen vorhanden, wohl aber wirkt der gesamte bewegte Luftkörper der Röhre drückend oder saugend. Hierüber näheres unter 15. Der Versuch läßt sich vielfach variieren. Von der Übereinstimmung zwischen Pfeifenton und Schneidenton überzeugt man sich am leichtesten, wenn man die Resonanzröhre abwechselnd anlegt und entfernt

bez. in die Stellung von Fig. 5 bringt. Es geschieht dies am einfachsten durch ein Lederscharnier, das einerseits am Spalt angeklebt wird, andererseits die punktierte Stelle der Röhre abschließt.

7. *Pfeifentöne.* Es besteht demnach zwischen reinem Schneidenton und Pfeifenton kein prinzipieller Unterschied. Der Ton der Labialpfeife ist immer einer der durch Schneidenabstand¹⁾, Luftdruck und Länge der Resonanzröhre fest bestimmten möglichen Schneidentöne.

Von diesem Gesichtspunkt aus lassen sich nun die Pfeifen selbst untersuchen. Man kann Pfeifen mit verschiebbarer Schneide bauen und findet dann, daß es einen bestimmten Schneidenabstand gibt, bei dem die Pfeife am leichtesten anspricht, daß sie aber auch bei nahe benachbarten Stellen denselben Ton gibt. Für hohe Töne gibt es sogar — in den verschiedenen Intervallen zwischen den Sprüngen — mehrere bestimmte Abstände, in denen die Pfeife anspricht. Jedoch zeichnet sich der bei größter Maulweite erzeugte Ton besonders aus.

Es läßt sich auch ohne Mühe um eine Vorrichtung, wie die in Fig. 3 gezeichnete, eine ganze Pfeife herbauen. Man hat bei mittleren Drucken dann die Möglichkeit zweier verschiedener Pfeifenlängen, einer kurzen für den auch sonst laut vernehmbaren Schneidenton, einer langen für den nebenher erklingenden oder doch möglichen tiefen Ton.

8. Schließlich wurden sämtliche in der Institutsammlung vorhandene Orgelpfeifen auf ihre Töne geprüft. Zum Ansprechen, d. h. zur Resonanz, ist bei diesen meist eine gewisse Druckstärke notwendig. Läßt man nun den Luftdruck ganz langsam, aber wirklich sehr langsam, anfangen, so gelingt es meist ohne Mühe, unterhalb der Resonanzgrenze die Schneidentöne zu hören, bis dann bei einer bestimmten Tonhöhe die Pfeife mit lebhafter Resonanz einsetzt.

Es besteht nun zwischen den kleinen und den großen Pfeifen ein wesentlicher Unterschied, der aus den beiden unten gezeichneten Figuren ersichtlich wird. Die kleinen Pfeifen

1) Ich benutze vielfach bei der Pfeife statt „Schneidenabstand“ das bei der Galtonpfeife übliche Wort „Maulweite“. Man sagt auch „Aufschnitt“.

bedürfen keines starken Blasedruckes und haben eine weniger kräftige Resonanz. Da ist die typische Erscheinung folgende: Es ertönt beim schwächsten Anblasen ein tiefer Schneidenton. Dieser wird mit wachsendem Druck höher, bis er die tiefere Oktave des eigentlichen Pfeifengrundtones angenähert erreicht hat. Hier tritt ein plötzlicher Sprung in die höhere Oktave ein, so daß die Pfeife mit Resonanz einsetzt, zunächst etwas zu tief, dann rein, dann etwas zu hoch. Jetzt ist die Resonanzbewegung im Pfeifenkörper nicht mehr kräftig genug, um den Ton zu halten. Dieser springt wieder zurück in die tiefere Oktave und muß erst langsam die Schneidentonskala weiter durchlaufen, bis er den Grundton erreicht und die Pfeife zum zweiten Male, diesmal mit großer Kraft, diesen Grundton erklingen läßt. Die Fig. 6 zeigt den Ton eine kleine gedeckte Pfeife *gis*¹. Es sind die in der Nähe des Resonanzgebietes gelegenen Punkte durch kleine Kreise markiert.

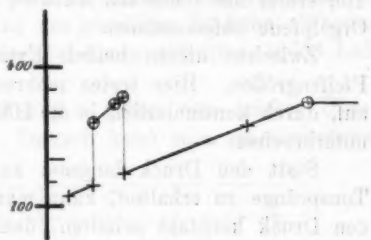


Fig. 6.

Die großen Pfeifen (etwa unterhalb der Schwingungszahl 200) besitzen so kräftige Resonanz, daß auch ihre Obertöne sich leicht anregen lassen. Dementsprechend kommt ein kontinuierliches Steigen des Schneidentones nicht mehr zustande, vielmehr zwingen jetzt auch die Obertöne dem gegen den Grundton ungefähr eine Oktave oder Quint höheren oder tieferen reinen Schneidenton ihre Periode auf. Ist durch gesteigerten Druck die eine Schwingungsweise für den Schneidenton unhaltbar geworden, so findet sich sofort eine Oberschwingung des Pfeifenkörpers, in welche der ursprüngliche Schneidenton übergeht, da sie seiner veränderten Tonhöhe

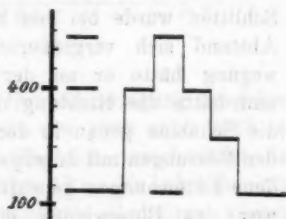


Fig. 7.

jetzt besser entspricht. Fig. 7 zeigt die Sprünge einer gedackten Pfeife *g* durch die Reihe der Obertöne. Dreimal klingt der Grundton mit, schließlich ist die Druckstärke genügend, um die Grundschiwingung des ganzen Pfeifenkörpers dauernd zu halten. Die dazwischen liegenden Obertöne stehen zu ihm im Verhältnis 1:3:4:3:2:1. Einen ganz ähnlichen Tonverlauf hat schon Hr. Melde¹⁾ an einer vierfüßigen offenen Orgelpfeife aufgenommen.

Zwischen diesen beiden Extremen liegen die mittleren Pfeifengrößen. Hier treten mehrere Sprünge vor und zurück auf, durch kontinuierlich in die Höhe sich steigende Tonfolgen unterbrochen. —

Statt den Druck langsam zu steigern und dadurch die Tonsprünge zu erhalten, kann man bei größeren Orgelpfeifen den Druck konstant erhalten, den Abstand des Labiums dagegen variieren. Ich habe eine solche Pfeife bauen lassen, welche bei langsamem Annähern des Labiums an den Kernspalt eine ganze Reihe von Obertönen gibt. So läßt sich also der unter 3. angeführte Versuch auch an der Pfeife selbst vornehmen.

9. Auf der Naturforscherversammlung in Kassel, wo ich über den größeren Teil der vorliegenden Arbeit berichtete¹⁾, wurden Bedenken gegen das Auftreten der Sprünge erhoben. Die Versuche sind daher mit erhöhter Sorgfalt wiederholt worden. Ein Schlitten wie in Fig. 1 wurde aus Messing hergestellt. Der Schneidenkeil stand fest, der Blasekasten war mit feiner Führung durch eine Schraube von 0,8 mm Ganghöhe verstellbar. Der Schlitten wurde bei den Messungen stets so bewegt, daß der Abstand sich vergrößerte. Bei der entgegengesetzten Bewegung hätte er an der anderen Führungsleiste angelegen und hätte die Richtung der Lamelle etwas verändert. Daß die Schneide genau in der Achse des Blattes lag, wurde vor den Messungen mit durchgeblasenem Zigarrenrauch für verschiedene Entfernungen geprüft. Ferner wurde in den Zuführungsweg des Blasewindes ein Wassermanometer eingeschaltet. Nach dessen Angabe läßt sich ein einmal erreichter Ton mit

1) F. Melde, Akustik p. 252. Leipzig 1883.

2) R. Wachsmuth, Physik. Zeitschr. 4. p. 743. 1903.

ziemlicher Genauigkeit wieder einstellen. Die Tonhöhen selbst bestimmte ich mit einer kleinen Stimmpfeife. Statt der Noten sind in der Tabelle Wellenlängen angegeben. An zweifelhaften Stellen wurden die Bestimmungen wiederholt. Trotzdem ist auch diese Methode noch eine relativ rohe. Ungenauigkeiten von einem halben Ton rufen in den hohen Lagen wesentliche Abweichungen hervor und es fehlt während der Aufnahme die Muße zu genauer Festlegung der jeweiligen Tonhöhe. Wurden doch für die Aufstellung der Tabelle p. 480 über 3000 l Luft verbraucht.

Tab. 1 und Schaubild Fig. 8 geben eine leichte Übersicht über die Tonfolge. Danach kann man am einfachsten

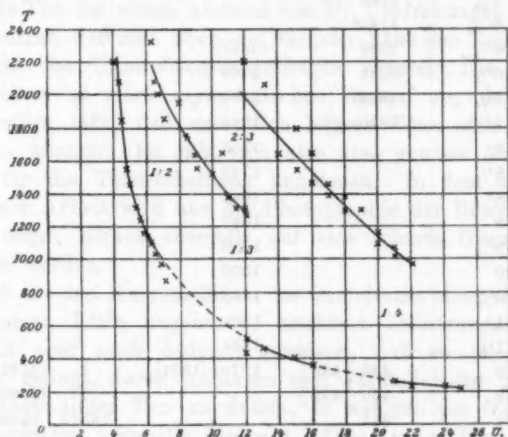


Fig. 8.

von der immer tiefer werdenden Grundschwingung ausgehen. Bei $6\frac{1}{2}$ Umdrehungen Abstand tritt von 1035 nach 2069 ein Sprung im Verhältnis 1:2 auf. Zugleich verschwindet der Grundton. Der nächste Sprung ist bei 12 μ . Es kehrt der jetzt gerade dreimal so langsam schwingende Grundton zurück, 1304:488 oder auch 1270:435, und es tritt zugleich ein Übergang im Verhältnis 2:3 auf von 1300 zu fast 2200. Der Wert ist zu hoch. Aus der Kurve läßt sich jedoch 1950 bis 2000 extrapolieren. Grundton und Quintenton stehen im Ver-

Tabelle 1.

Abstand in Schrauben- umdrehungen	Tonhöhen der Schneidentöne bei 80 mm Wasserdruck		
4	2192		
4 $\frac{1}{4}$	2069		
4 $\frac{1}{2}$	1848		
4 $\frac{3}{4}$	1550		
5	1463		
5 $\frac{1}{4}$	1304		
5 $\frac{1}{2}$	1230		
5 $\frac{3}{4}$	1161		
6	1140		
6 $\frac{1}{4}$	1096	(2323)	
6 $\frac{1}{2}$	1035	2069	
6 $\frac{3}{4}$	(976)	2000	
7	(870)	1848	
8		1953	
8 $\frac{1}{2}$		1740	
8 $\frac{3}{4}$		1642	
9		1642	
9 $\frac{1}{2}$		1550	
10		1500	
10 $\frac{1}{2}$		1643	
11		1381	
11 $\frac{1}{2}$		1304	
12	435 [488]	1270 [1304]	? [(2192)]
13	460 [435]		? [(2069)]
14	411		1650? vacat
15	[(410)]		1550 [1790]
16	[(366)]		1463 [1642]
17			1381 [1463]
18			1304 [1381]
19			vacat [1304]
20	?		1096 [1161]
21	259		1035 [1065]
22	230		[976]
23	vacat		
24	223		
25	217		

NB. Die Werte in () bedeuten leise Töne, die [] eine zweite Versuchsreihe, offenbar bei ein wenig stärkerem Druck.

hältnis $1:3 \times 2:3$, d. h. $2:9$ oder $1:4\frac{1}{2}$, d. h. etwas über zwei Oktaven. Der Grundton verklingt bald wieder und der Quintenton wird tiefer, bis er gerade den Abstand von zwei Oktaven vom Grundton hat. Dann kommt mit dem dritten Sprung der Grundton wieder. Ob auch ein hoher Ton neu auftritt, ließ sich bei den immerhin schon recht großen Abständen nicht mehr feststellen. Um die Kurven weit auseinander zu ziehen, mußte man nämlich den Druck relativ niedrig wählen, es ließen sich dann aber jenseits des dritten Sprunges die Töne nur noch mit Mühe aus dem allgemeinen Blasegeräusch heraus hören.

Weiterhin ist noch interessant, daß zwar der erste wirklich laute Ton bei einem Abstand von $5\frac{1}{4}$ Umdrehungen gleich 4,2 m auftrat, daß man aber aus nächster Nähe den Ton rückwärts bis vier Umdrehungen verfolgen konnte. Die Kurve nimmt einen so stark asymptotischen Verlauf an, daß sich wohl denken läßt, daß wesentlich höhere Töne nicht mehr entstehen können. Es läßt sich also eine gewisse Anfangsgrenze für die Tonerscheinung annehmen. In dem zweiten Teil dieser Arbeit wird aus der Photographie der Bewegungserscheinungen heraus ebenfalls auf eine scharfe Grenze geschlossen werden.

Daß die drei Kurvenstücke des Grundtones einer einzigen gemeinsamen Linie angehören, erscheint selbstverständlich, läßt sich aber auch dadurch beweisen, daß es an vielen Punkten gelingt, durch Anblasen und Verstellen der Stimmpfeife einen tiefen Ton zu finden, in welchen der Oktaven- oder Quintenton zeitweilig übergeht. Diese tiefen Töne liegen alle auf derselben Kurve.

10. Für den Vergleich mit der Labialpfeife ist natürlich ein konstanter Schneidenabstand und wechselnder Druck wichtiger. Ich habe die Zunahme der Tonhöhe der Steigung des Druckes fast ganz proportional gefunden.

Als Entfernung zwischen Spaltöffnung und Einlage wählte ich die Mundweite einer offenen Orgelpfeife $f_{is}^1 = 366$. Hier war die Lippe in einem Abstand von 9 mm angebracht. Dies entspricht $12\frac{1}{4}$ Umdrehungen der Schraube. Der erste Sprung trat bei 4 mm Druck ein, es ist der Oktavensprung, dann kommt bei 24 mm der Quintensprung von 1230 auf 1843 und

zugleich die Rückkehr zum $1\frac{1}{2}$ Oktaven tieferen Grundton. Es sei gleich neben die Werte der Schneidentöne die Angabe der Tonhöhe einer offenen und einer gedeckten Labialpfeife von 9 mm Maulweite gemacht. Die Weite des Blasespaltes war jedesmal die gleiche. In den zwei Schaubildern Figg. 9 u. 10 sind die Schneidentöne durch Kreuze, die Pfeifentöne durch kleine Kreise angegeben.

Tabelle 2.

Wasser- druck in mm	Tonhöhen der Schneidentöne bei 9 mm = $12\frac{3}{4}$ Umdreh. Abstand		Offene Labialpfeife 9 mm Maulweite $fs' = 386$	Gedeckte Labialpfeife 9 mm Maulweite $g = \text{ca. } 195$	
2			145		(195)
3	} 108 bis		154		(109) (217)
4		163 326	163 326		(129)
5		366	366		(145)
6		422	375		(163)
7		517	?	?	
8		548		615	195 580
9		580		652	
10		652		690	195 600
11		690		731	
12		732		775	195 615
13		775			
14		[326] 821 [775]		821	195
15		↑ 870 ↑			
16		[345] 900 [870]	345	870	195
17		↑ 922			
18		[345] 976	355		
19		↑ 1035			
20		[366] 1065	360		
21		↑ 1096			
22		[387] 1161	366		
23		↑ vacat			
24		461 [400] 1290 1843	366		
25		↑			
26		[410]			
.					
.					

Die Werte in [] habe ich bei Rückwärtsbewegung des Keiles erzielt, um den Grundton weiter zu verfolgen.

Aus der Fig. 9 ersieht man die enge Verwandtschaft beider Töne. Die Kurven gehen die gleichen Wege, nur wo die Resonanz auftritt, weichen die Werte ab und auch hier tritt

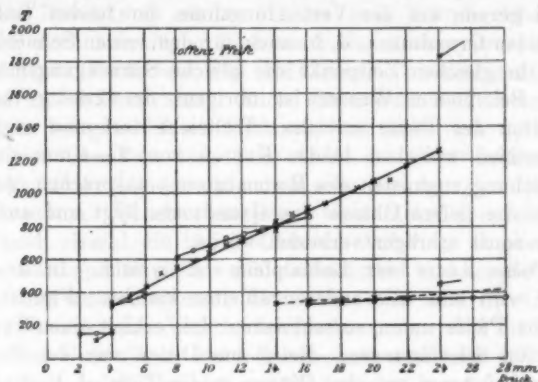


Fig. 9.

Anlehnung an die Kurve der Schneidentöne auf. Der erste Sprung bei 4 mm Druck ist beiden gemeinsam. Dann aber

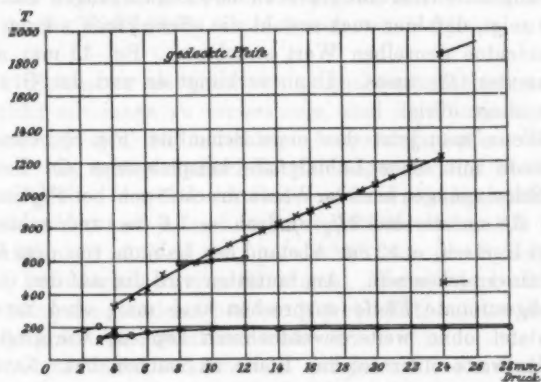


Fig. 10.

erreicht die Pfeife zum erstenmal ihr Resonanzgebiet und die Tonhöhe wird hier längere Zeit erzwungen. Mittlerweile verläßt der Schneidenton dieses Gebiet immer weiter und bald

folgt die Pfeife. Ein Resonanzton wird bei 8 mm Wasser wieder erreicht, diesmal in der höheren Oktave, und bei 16 mm wieder verlassen zugunsten des Grundtones. Die folgenden Werte liegen gerade auf der Verbindungslinie der beiden Teile des Schneiden-Grundtones, d. h. auch für den reinen Schneidenton wäre im gleichen Zeitpunkt die gleiche Schwingungsmöglichkeit. Bei 20 mm Wasser ist übrigens der kräftig tönende Grundton der Pfeife erreicht. Vielleicht darf man auch den Unterschied zwischen beiden Kurven von 2—4 mm als eine Abweichung zugunsten des Resonanztones ansprechen, da hier gerade die tiefere Oktave des Grundtones liegt und auch die Kurve sonst schräger verlaufen würde.

Diese Kurve der Labialpfeife ist typisch. In analoger Weise wird man alle anderen ableiten können. Fig. 10 zeigt dieselbe Pfeife unten verschlossen. Ich erhielt einen Ton von etwa 200 Schwingungen. Bei 2 mm Druck war der Ton da, sprang bei 3 mm um eine Oktave in die Tiefe, d. h. die Töne zwischen 2 und 3 waren durch Resonanz eine Oktave in die Höhe getrieben wie in Fig. 6. Bei 8 mm hatte die gedackte Pfeife den Wert wieder erreicht. Zugleich erklang jetzt der erste ungerade Oberton von etwa 600 Schwingungen mit. Die Fig. 9 zeigt, daß hier auch sowohl die offene Pfeife wie der reine Schneidenton denselben Wert annehmen. Bei 11 mm ist die Grenze des Obertones. Dann verklingt er und der Grundton bleibt allein übrig.

Wenn man jetzt das erste Schaubild (Fig. 8) betrachtet, so würde mit einer Labialpfeife beispielsweise ein Ton von 1600 Schwingungen bei 3 cm Wasserdruck sowohl bei $4\frac{3}{4}$ Umdreh. gleich 3,8 cm wie bei $9\frac{1}{2}$ Umdreh. = 7,6 cm und schließlich bei 15 Umdreh. = 12 cm Abstand des Labium von dem Blasespalt zu erreichen sein. Am lautesten wird die auf den Grundton abgestimmte Pfeife ansprechen und man wird nun der Schautafel ohne weiteres entnehmen können, wie groß man die Maulweite einer solchen Pfeife zu machen hat. Natürlich gilt das nur für 3 cm Wasserdruck, während für die Orgel meist größere Drucke verwendet zu werden pflegen. Doch bläst man mit dem Mund etwa in solcher Stärke an. Sämtliche Pfeifen des Institutes gaben laut ihren Grundton für 3—6 cm Wasserdruck. Ferner gilt es nur für eine Spaltöffnung von

ca. 1 mm Weite. Daß die Tonhöhe auch mit der Breite der anblasenden Lamelle variiert, wurde bereits durch Weerth¹⁾ nachgewiesen.

Als Bemerkung möchte ich zu dem dritten Schaubild (Fig. 10) noch hinzufügen, daß auch die *Galtonpfeifen*, selbst in der neuen Form von Hrn. Edelmann, zu den gedackten Pfeifen zu rechnen sind. Auch sie weisen als erzwungene Resonanz bei ganz leisem Anblasen weit unter dem normalen Druck den Grundton auf, dann findet der Oktavensprung in die Tiefe statt, dann ein ziemlich schnelles Ansteigen wieder zum Grundton. Daneben erscheint, wenn dieser eben erreicht wird, noch einmal die tiefere Oktave. Auf diese Erscheinung an der Galtonpfeife möchte ich vielleicht bei anderer Gelegenheit einmal zurückkommen, hier aber doch auf die Gefahr der Edelmannschen Vorschrift hinweisen, man solle die Pfeife mit einem Gummiball durch einen kurzen Druck anblasen. Da die Galtonpfeife zumeist von Ohrenärzten benutzt wird, um bei Krankheitserscheinungen festzustellen, wo die obere Hörgrenze liegt, erscheinen die von Mr. Myers²⁾ erhobenen Bedenken gerechtfertigt, ob nicht in vielen Fällen ein tieferer Begleitton gehört wird an Stelle des ganz hohen. Die Gefahr wäre durch Verwendung eines konstanten Gebläses zu vermeiden.

11. Bekanntter als diese wenig beachteten Erscheinungen, aber nicht mit ihnen zu verwechseln, sind die Tonsprünge bei höheren, als den zu normalem Ansprechen erforderlichen Drucken. Es springt nämlich bei dem sogenannten Überblasen der Orgelpfeifen der Ton der Reihe nach in die harmonischen Obertöne über, und je nach der Druckstärke stehen die Töne im Verhältnis 1:2:3:4 etc., man erhält also den Sprung zur Oktave, Dudodezime, zweiten Oktave etc. Wenn man die Pfeifen dackt, fallen die geraden Obertöne 2, 4 etc. fort, auf den Grundton folgt sofort die Quint der Oktave.

Analoge Versuche kann man mit jeder Flöte vornehmen. Durch kräftiges Anblasen läßt sich noch die zweite Oktave erzielen. Hält man auch das andere Ende zu, d. h. dackt

1) M. Weerth, Rostocker Diss. p. 19.

2) Charles S. Myers, Journ. of physiology 28. p. 417. 1902.

man die Flöte, so gibt sie außer dem natürlich um eine Oktave tieferen Grundton noch die Duodezime dieses Tones. Ebenso gehören hierher die großen Dampfpfeifen, wie sie in Fabriken und auf Schiffen üblich sind. Hier wird Dampf aus einer ringförmigen Spaltöffnung gegen den Rand einer Glocke geblasen, also ein Schneidenton erzeugt, wobei die Glocke der Resonanzraum ist. Es treten dann Grundton und Duodezime häufig nebeneinander auf. Ich habe diese Erscheinung bei Schiffen oft gehört.

Durch Blasen über ein langes weites Glasrohr läßt sich eine fast unbegrenzte Menge von Obertönen hervorrufen. Einen prinzipiellen Unterschied in der Entstehungsweise dieser Töne und der bisher angeführten Schneidentöne anzunehmen, liegt kein Grund vor. Vergewahrtigt man sich die unter 5. angeführte Erscheinung der durch gegebene Rohrlänge erzwungenen Resonanz, so ist klar, daß man es auch bei diesen Tönen mit Schneidentönen zu tun hat. Von diesen wird aber immer nur ein solcher zustande kommen, dessen Schwingungszahl mit der Periode des Resonanzraumes oder einem Vielfachen derselben übereinstimmt. Diese Überlegung lehrt, daß wir es auch bei der Flöte, ja beim Anblasen jedes beliebigen Hohlraumes, eines Schlüssels, einer Glasröhre, mit Schneidentönen zu tun haben. Mit Tabakrauch statt mit reiner Luft angeblasene Hohlräume zeigen in der Tat alle für die Schneidentöne charakteristischen Erscheinungen, auf die wir gleich werden einzugehen haben. Umgekehrt läßt sich an solchen, durch lange Resonanzrohre zwangsweise hervorgerufenen langsamen Schwingungen das Hin- und Herpendeln der Luftlamellen bequem studieren.

Überall da, wo kein Resonanzraum vorhanden ist, wird aber die Tonhöhe mit dem Druck sich ändern. Dies findet auch bei der sogenannten Vogelpfeife oder Lockpfeife statt, die schon wiederholt zu Untersuchungen¹⁾ benutzt wurde.

II.

12. Es besteht nunmehr die Aufgabe, durch Sichtbarmachen der Luftlamelle einen wirklichen Einblick in die Mechanik der Tonbildung zu tun.

1) Vgl. z. B. C. Sondhauss, Pogg. Ann. 91. p. 126. 1854; Lord Rayleigh, Nature 66. p. 42. 1902.

Soviel mir bekannt ist, liegen nur relativ wenige Untersuchungen der Luftlamellen selbst vor. Bei den Arbeiten von Mach und Salcher¹⁾, von Parenty²⁾ und von Emden³⁾ handelt es sich um Luft, welche unter hohem Druck aus engen Öffnungen herausgepreßt wird. Es treten dabei in der Lamelle stehende Maxima und Minima des Druckes auf, welche in der ersten und dritten Arbeit nach einer Schlierenmethode von Parenty mit manometrischen Sonden nachgewiesen wurden. Insbesondere hat Hr. Emden gezeigt, daß es sich dabei um stehende Schallwellen handelt, und daß diese erst bei einer Windgeschwindigkeit sich bilden, welche im Minimum 0,9 Atm. Überdruck entspricht. Die von mir benutzten Drucke, sowie auch überhaupt alle Drucke, welche für Orgelpfeifen zur Verwendung zu kommen pflegen⁴⁾, bleiben wesentlich unter dieser Grenze.

Die Schwingungen des Luftblattes einer Orgelpfeife sind aber bereits in früheren Jahren durch Beimengungen von Tabaksrauch⁵⁾ zum Blasestrom untersucht worden. Aus letzter Zeit liegen insbesondere die Beobachtungen des Hrn. Hensen⁶⁾ vor, der eine kleine Gasflamme als Indikator benutzte. Ferner wurde durch van Schaik⁷⁾ eine vibroskopische Methode und Zusatz von Talgpulver⁸⁾ zum Luftstrom angewendet. Aber auch diese Mittel geben zwar viele interessante Einzelheiten und haben die Schwingungsweise der Pfeifenlamelle in ihren Grundzügen kennen gelehrt, bieten aber noch keinen Anhalt für die Entstehungsgeschichte.

Es bestand daher die Aufgabe, möglichst klare Momentbilder zu gewinnen. Da aber ein einzelnes Augenblicksbild noch kein genügendes Verständnis brachte, so bin ich schließ-

1) E. Mach u. P. Salcher, Wied. Ann. 41. p. 144. 1890.

2) M. H. Parenty, Ann. de chim. et de phys. (7) 12. p. 289. 1897.

3) R. Emden, Wied. Ann. 69. p. 264. 1899.

4) W. C. L. van Schaik, Wellenlehre und Schall p. 809. Deutsch von Fenkner. Braunschweig 1902.

5) z. B. C. Sondhauss, Pogg. Ann. 85. p. 58. 1858.

6) V. Hensen, Ann. d. Phys. 2. p. 719. 1900; 4. p. 41. 1904.

7) van Schaik, l. c. p. 300; Arch. Néerl. 25. p. 315. 1891.

8) Man würde auch Kieselsäurepulver verwenden können, wie es zum Studium der Luftbewegung im Pfeifenkörper auf Anregung von Mach Hr. Janouschek (Pogg. Ann. 147. p. 468. 1872) benutzte.

lich dazu übergegangen, eine Art von Kinematograph zu konstruieren, der mir eine ganze Tonschwingung in eine Reihe von Einzelbildern zerlegte und gleichzeitig den Vorteil bot, die Bilder auch photographisch zu fixieren. Ich werde mich daher im wesentlichen mit diesen Aufnahmen beschäftigen, möchte aber doch zuvor auf einige von den anfänglichen Versuchen eingehen.

13. Das Nächstliegende war eine Beimengung von Tabaksrauch zu dem Blasesstrom. Die Rauchzuführung geschah ähnlich wie bei Weerth, nur etwas feiner regulierbar, und mit mehreren Kühlvorlagen für das Nikotin.

Um Momentbilder zu sehen, wurde Bogenlampenbeleuchtung mit rotierender Scheibe, abgestimmtes Wechselstrombogenlicht, die Funkenentladung einer Leydener Flasche, sowie das Licht zweier Geissleröhren benutzt. Die Labialpfeifen erhielten auf beiden Seiten der Lippe Glas- bez. Glimmereinsätze statt der Holzwände, auch wurde für photographische Aufnahmen gelegentlich eine Platte direkt an die eine Seite der Lippe angelegt, während von der anderen Seite die Beleuchtung erfolgte. Analoge Versuche wurden mit Blasespalt und Einlage ausgeführt.

14. Das Pendeln der Lamelle um die Lippe einer Orgelpfeife wird bei Tabaksrauch und intermittierender Beleuchtung dadurch sichtbar, daß gegeneinander versetzt eine Reihe von Rauchwulsten¹⁾ parallel der Schneide auftreten und oberhalb wie unterhalb der Lippe entlang ziehen. Fig. 11 zeigt in schematischer Zeichnung nach meinem Beobachtungsjournal ein solches Bild. Die Erscheinungen

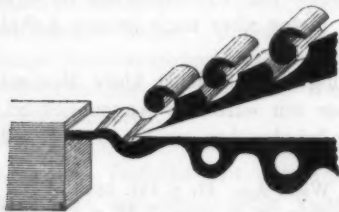


Fig. 11.

treten schon auf, ehe ein eigentlicher Ton zu hören ist.

Die in der Figur zur Anschauung gebrachte Wirbelbewegung kann nicht von einer Reibung an der Lippe her-

1) Die Übereinstimmung mit der in der Atmosphäre bei Reibung zweier Luftschichten auftretenden Erscheinungen ist ganz auffallend. Vgl. hierzu R. Emden, Wied. Ann. 62. p. 374. 1897.

rühren, weil dann die Wirbel den umgekehrten Drehungssinn besitzen müßten. Vielmehr kann die Drehung nur durch eine Reibung nach außen hin entstanden sein und auch dieses schon vor Berührung der Schneide, da sonst der erste Wirbel nicht bereits so stark ausgebildet wäre. Es bleibt für die Entstehung der Wirbel nur der Raum zwischen Spalt und Lippe. Der erste Teil des Rauchbandes zunächst dem Spalt ist sichtlich unbeweglich, dagegen tritt eine starke Pendelung in dem der Lippe benachbarten Teil ein, aber gerade dieser Teil ist bei Tabaksrauch nicht mit genügender Schärfe zu unterscheiden und mußte auf andere Weise analysiert werden.

Photographische Aufnahmen der Rauchlamellen bei Funkenlicht an Stelle der subjektiven Beobachtung boten kaum einen Fortschritt und sollen daher übergangen werden. Auch mußte ich die Rauchversuche abbrechen, weil bei den für tiefe Orgelpfeifen erforderlichen Mengen des entwickelten Tabaksqualmes in dicht verschlossenem Zimmer auf die Dauer eine Nikotinvergiftung nicht zu vermeiden war.

15. Zunächst mögen aber noch einige weitere Beobachtungen Erwähnung finden. Aus den Untersuchungen von Friedrich schien sich das Bestehen einer besonderen *T*-Lamelle, wie Hr. Hensen sie annimmt, beweisen zu lassen. Wenn man eine Art Wehr, eine Platte von der Breite der Pfeife und geringer Höhe auf der Mitte des Pfeifenbodens oder „Kernes“ anbrachte, so hörte der Ton auf, weil die *T*-Lamelle nicht zustande kommen konnte, so schlossen wir damals. Das ist nicht richtig. Versuche mit Rauch zeigen, daß die *O*-Lamelle, d. h. der Blasestrom einfach nach innen abgelenkt wird und einen etwas anderen Weg geht. Hat die Pfeife eine verstellbare Lippe, so braucht man diese nur ein wenig zu neigen, um die Orgelpfeife von neuem zum Ansprechen zu bringen.

Wenn man als Folgerung des unter 14. angeführten Versuches das Bestehen einer starken Reibung von Blaselamelle und umgebender Luft annehmen darf, so muß ein Teil dieser Luft mitgeführt werden. Tritt neue Luft nicht in genügendem Maße zu, so erfolgt eine Luftverdünnung auf dieser Seite und eine Ablenkung der Lamelle in einen neuen Gleichgewichtszustand.

16. Führt man eine Rauchlamelle gegen den Rand einer Glasröhre, gleichgültig ob gegen den vorderen oder den hinteren Rand, so kommt die Röhre zum Tönen. Ein Momentbild der auftretenden Rauchbewegung zeigt Fig. 12 für eine weite Röhre.

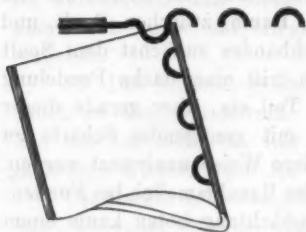


Fig. 12.

Bei intermittierender Beleuchtung erscheint zunächst dem Spalt ein unbeweglicher paralleler Streifen, dann folgt eine halbe Welle vor der Kante und erst die zweite, die die entgegengesetzte Richtung hat, biegt um dieselbe herum; beide wechseln dauernd ihre Richtung, d. h. wandern weiter. Bei zeitlich ausgedehnter Beleuchtung er-

scheint die erste halbe Welle auf beiden Seiten, ruft also den Eindruck eines Wulstes hervor.

17. An Stelle des Rauches trat nun ein Zusatz von schweren Dämpfen zu dem Luftstrom, indem man in die Zuleitung zum Mundstück ein weites Gefäß einschaltete, welches Äther oder Tetrachlorkohlenstoff¹⁾ enthielt. Die so erzeugten Schlieren der Lamelle wurden nach Vorgang von Emden bei Funkenlicht photographiert. Die Funkenstrecke erhielt einen Abstand von 40—50 cm und mußte möglichst klein sein, um als punktförmige Lichtquelle gelten zu können. Größere Funkenstrecken gaben unscharfe Bilder. Andererseits ließ sich eine Linse nicht einschalten, da sie zuviel Licht absorbierte. Die bei einer einzelnen Flaschenentladung zwischen Magnesiumspitzen erzeugten Funken wurden häufig durch nachfolgende Partialentladungen vervielfacht und erzeugten dann, namentlich bei hohen Pfeifentönen, mehrere Bilder übereinander. Manche Bilder sind aber auch von großer Schärfe. An ihnen läßt sich zwar deutlich unterscheiden, welchem Intervall ein photographierter Schneidenton angehört, über seine Entstehung war man aber auf Hypothesen angewiesen. Das Wesentliche er-

1) Tetrachlorkohlenstoff ist zwar schwerer als Äther und deshalb für die Schlierenbildung günstiger. Doch wurde er bald wieder verlassen, da er ähnlich wie Chloroform stark betäubend wirkt.

hellte erst aus einer Serie von Aufnahmen nacheinander, wie sie ein rotierender Film zu machen gestattetete.¹⁾

18. *Kinematograph.* Nach einer Reihe von Vorversuchen mit selbst angefertigtem Rotationsapparat wurde ich durch das Entgegenkommen des Großherzoglichen Ministeriums in den Stand gesetzt, den in Fig. 13 skizzierten Kinematographen bauen zu lassen.

Der Apparat ist von der Firma Tischbein & Schwieders in Rostock ausgeführt. Nebenstehende Figur ist eine im Verhältnis 1:10 verkleinerte Kopie der Werkstattzeichnung, aus ihr sind also alle Abmessungen zu entnehmen. Die Hauptsache ist eine große

Riemscheibe auf einer Stachse. Die Riemscheibe hat einen Umfang von 113 cm und eine Breite von 10 cm. Sie ist so bemessen, daß auf ihr gerade ein photographischer Film aufgespannt werden kann,

wie er im Handel für zwölf Aufnahmen im Format 9×9 cm erhältlich ist. In jedem Drittel des Radumfanges befinden sich zur Befestigung des Films drei Durchbohrungen nebeneinander. Durch diese gehen besonders angefertigte reißnagelartige spitze Schrauben, welche nach Durchstechen des Films von rückwärts durch Muttern angezogen werden. Für

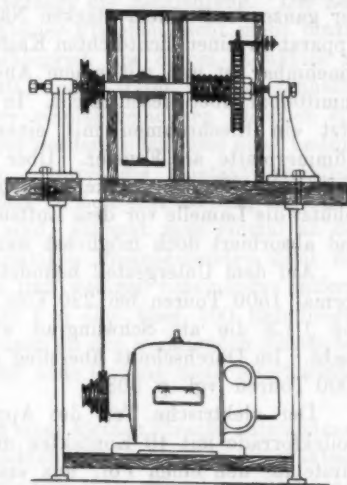


Fig. 13.

1) Nach Abschluß dieser Arbeit finde ich, daß bereits durch Mr. F. H. Tufts die Luftlamelle einer Orgelpfeife nach der Schlierenmethode photographiert worden ist. Er hat in der *Physical Review* 14. p. 57 bis 60. 1902 einen kurzen Aufsatz über die Wirkung von Schallwellen auf Leuchtgasströme veröffentlicht, nebst einigen Photographien, von denen die zwei letzten sich auf die vorliegende Frage beziehen. Die Aufnahmen sollen den Einfluß der Luftlamellen auf eine rechtwinklig gegen sie gerichtete Gaslamelle zeigen. Auf die Bewegung der Pfeifenlamelle geht Mr. Tufts nicht ein.

kleinere Aufnahmen kann man den Film der Länge nach durchschneiden und eine Hälfte aufspannen, wie dies bei den nachfolgenden Untersuchungen fast durchweg geschehen ist.

Die zwischen Spitzen laufende Stahlachse trägt außerdem eine Schnurscheibe zum Antrieb und die Vorrichtung zur Auslösung der elektrischen Funken. Bis zur Schnurscheibe ist der ganze, auf einem starken Nähmaschinengestell montierte Apparat in einen lichtdichten Kasten eingebaut, dessen Deckel abnehmbar ist und mit einem Ausschnitt über dem Film bis unmittelbar über diesen reicht. In dem Ausschnitt des Deckels sitzt ein Blechrahmen mit einer ganz fein abgespaltenen Glimmerplatte als Fenster. Über dieser werden dann Orgelpfeife und Funkenstrecke aufgebaut. Die Glimmerscheibe schützt die Lamelle vor dem Luftzug des rotierenden Apparates und absorbiert doch möglichst wenig Licht.

Auf dem Untergestell befindet sich ein $\frac{1}{2}$ PS.-Motor von normal 1500 Touren bei 220 Volt, der mit einer Übertragung von 1 : 3 die als Schwungrad wirkende Riemenscheibe antreibt. Im Durchschnitt überstieg deren Geschwindigkeit nicht 2000 Touren (vgl. p. 503).

Der elektrische Teil des Apparates bestand aus einem Kollektorrade mit 40 Kontakten und einer gefederten Schleifbürste für den einen Pol, aus einer besonderen Kontaktvorrichtung für willkürlich auszulösenden Stromschluß während einer einzelnen ganzen Umdrehung für den anderen Pol. Zu diesem Zweck ist auf die Stahlachse eine Holzspindel mit tiefem Gewinde aufgekeilt. In einem einzelnen Schraubengang dieser Spindel liegt ein Kupferband, das mit dem Kontaktrade in Verbindung steht. Die Kontaktfeder wird im allgemeinen durch eine Arretierung oberhalb der Spindel schwebend gehalten. Wird die Arretierung gelöst, so schnappt die Feder in die Spindel ein, wird mitgenommen und während einer Umdrehung über das Kupferband geführt. Während dieser einen Umdrehung schließt und öffnet das Kontaktrad 40 mal den Primärstrom eines Induktoriums, das mit geringem Widerstande direkt an einer 220 Volt-Leitung liegt. Der Sekundärkreis enthält die übliche Teslaschaltung von Leydener Flaschen und Beleuchtungsfunkenstrecke. Bei nicht zu schneller Rotation entladen sich dann diese Flaschen 40 mal oder auch

80 mal, wenn der Schließungsstrom hinreicht. Die Verbindungen der Kontakte sind so getroffen, daß man eventuell auch nur jeden zweiten oder vierten Kontakt zu benutzen braucht.

Bei den verwendeten schnellen Rotationen, wo die gesamte Expositionszeit etwa $\frac{1}{3000}$ Minute beträgt, während welcher 40 Funken erfolgen sollen, versagt die Einrichtung. Die Zeit scheint selbst zur Ladung kleiner Flaschen nicht mehr hinreichend, oder die Leistungsfähigkeit des 30 cm-Induktors zu gering zu sein. Statt der 40 Funken treten aber in schneller Folge Partialentladungen der einmal geladenen Flaschen ein, und erst wenn diese schwächer werden, pflegt eine neue Ladung und Entladung einzusetzen. Durch die Kontaktvorrichtung wird also hierbei nur von Zeit zu Zeit eine Ladung zugeführt. Daß es Partialentladungen sind, erkennt man einmal an der weit über die Zahl der Kontakte hinausgehenden Zahl der Bilder, die häufig nur 1 cm und weniger voneinander entfernt sind, bei einem Umfang von 1 m also über 100 Entladungen entsprechen müssen; und sodann an den wachsenden Abständen der letzten Funken, wenn die neue Ladung nicht sofort wieder eingetreten ist.

Da die durch Entladung einer kleinen Flasche entstandenen Bilder sich teilweise überdeckten, so hat es sich als praktisch erwiesen, an Stelle der ursprünglich verwandten kleinen Flaschen mehrere große von beträchtlicher Kapazität zu benutzen. — Den Einfluß des Dielektrikums auf die Verzögerung der Partialentladung habe ich noch nicht genauer untersucht.

Nimmt man nun auch nur die 40 Kontakte während $\frac{1}{3000}$ Min., d. h. $\frac{1}{33}$ Sek. an, so erhält man jede $\frac{1}{1320}$ Sek. ein Bild, kann also noch einen Ton von etwa 435 Schwingungen in drei Stadien verfolgen. Durch die soviel häufigeren Partialentladungen gestaltet sich das Verhältnis noch wesentlich günstiger. Da erhält man also 100—120 Funken in derselben Zeit, d. h. etwa jede $\frac{1}{3500}$ Sek. ein Bild und sieht dementsprechend acht Stufen für denselben Ton.

19. *Die photographische Aufnahme.* Der Versuch gestaltet sich folgendermaßen: Im verdunkelten Zimmer wird bei rotem Licht der Film auf die Trommel gespannt und festgeschraubt, eine bewegliche Zwischenwand zwischen Film und Unterbrecher

eingeschoben, um den Film vor dessen Licht zu schützen, darauf der Kasten mit seinem Deckel verschlossen.

Auf dem Deckel ist schon zuvor die Vorrichtung zum Anblasen und die Einlage befestigt, oder es wird jetzt eine Orgelpfeife aufgelegt, und es bedarf nur der Verbindung mit Luftzylinder und Ätherflasche. Die genauere Einstellung des Tones muß stets unter Benutzung des Ätherzusatzes zum Blasestrom erfolgen, weil die schweren Ätherdämpfe die Tonhöhe stark verändern.¹⁾ Nun wird die Funkenstrecke senkrecht über die Schneide eingestellt. Dies geschieht nach provisorischer

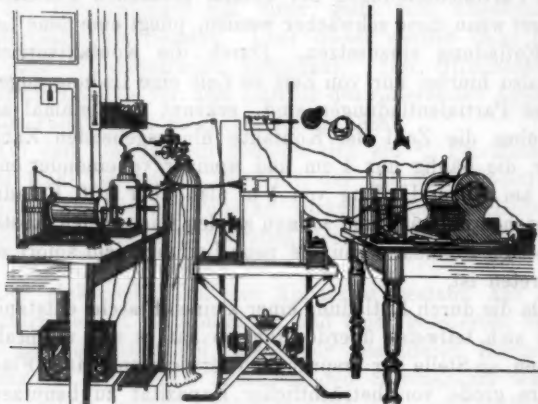


Fig. 14.

Abdeckung der Filmöffnung mit Hilfe eines kleinen Nebeninduktors, dessen Sekundärdrähte mit der Funkenstrecke verbunden und sofort nach der Einstellung wieder abgehängt werden. Es erfolgt nun die Verbindung mit dem Hauptinduktor und die Einschaltung des Motors. Hat dieser die nötige Tourenzahl, so wird die gespannte Kontaktfeder los gelassen, schnappt in die Spindel ein, schließt den Kontakt und erzeugt die Serie von Beleuchtungsfunken. Motor und Luftzufuhr werden abgestellt, die Stromverbindungen unterbrochen, der Kasten geöffnet und der Versuch ist beendet.

¹⁾ Vgl. hierzu R. Wachsmuth, Boltzmann - Festschrift, p. 923. Leipzig 1904.

Die gesamte Versuchsanordnung ist am besten aus vorstehender Abbildung (Fig. 14) zu entnehmen. In der Mitte steht fest verankert das Maschinengestell mit dem Motor unten, dem Kinematograph und der Funkenstrecke oben auf, rechts befinden sich der große Induktor und die Flaschen, links der kleine Induktor zur Einstellung der Funkenstrecke und der Zylinder voll komprimierter Luft mit seinem Reduzierventil und der Flasche mit Äther.

Der belichtete Film muß jedesmal als ganzer Streifen entwickelt werden, um die Kontinuität der Bilder festzuhalten. Aus der Rotationsrichtung des Schwungrades ergibt sich dann deren zeitliche Folge. Die Reproduktionen der Tafel sind alle von links nach rechts zu lesen.

Die Versuchsergebnisse sind in einer Reihe von Bildern zu einer Tafel zusammengestellt. Es sind teils nach obiger Methode erhaltene Serienbilder, teils Reihen von Plattenaufnahmen, welche mit Flaschenfunken erzielt wurden. Dabei zeigen sich allerdings — wie früher erwähnt — gelegentlich mehrere Belichtungen derselben Platte, d. h. zwei verschiedene Schwingungszustände aufeinander. Wo dies für das Resultat gleichgültig war, habe ich Platten benutzt. Natürlich kann ich nur eine kleine Auswahl aus meiner ziemlich reichhaltigen Sammlung von Aufnahmen geben, doch hoffe ich, keinen charakteristischen Zug überschlagen zu haben.

20. *Freie Luftlamelle.* Ich habe, um eine Übersicht über die verschiedenen Erscheinungsformeln zu bieten, in der Tafel, Figg. 1—3, drei verschiedene Aufnahmen wiedergegeben, davon sind 1 und 2 Ausschnitte aus je einer ganzen Rotationsaufnahme, 3 ist eine durch einen Flaschenfunken belichtete Platte. Zur Erklärung von Fig. 1 führe ich die Worte von Helmholtz¹⁾ an: „Die Theorie läßt erkennen, daß überall, wo eine Unregelmäßigkeit an der Oberfläche eines übrigens stationären Strahles gebildet wird, diese zu einer fortschreitenden spiraligen Aufrollung des betreffenden (übrigens am Strahl fortgleitenden) Teiles der Fläche führen muß. Der Theorie nach könnte ein

1) H. Helmholtz, Ges. Abh. 1. p. 152. 1882; vgl. hierzu auch W. Wien, Physik. Zeitschr. 4. p. 748. 1903. Ferner die soeben von W. Wien aus dem Nachlaß zusammengestellten Hydrodyn. Untersuchungen von Helmholtz, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. Heft 20. 1904.

prismatischer oder zylindrischer Strahl unendlich lang sein. Tatsächlich läßt sich ein solcher nicht herstellen, weil in einem so leicht beweglichen Elemente, wie die Luft ist, kleine Störungen nie ganz zu beseitigen sind.“ Es ist nun Fig. 1 eine Aufnahme bei ganz geringem Druck.

Ich weiß aber nicht, ob man für Figg. 2 und 3 dieselbe Erklärungsweise einfach annehmen darf. Beide haben die deutlichen Anzeichen der pendelnden Lamelle. Insonderheit unterscheidet sich Fig. 2 kaum von einer Schneidentonaufnahme wie etwa Fig. 16, so daß man hier wohl nach einer gleichen Ursache wird suchen müssen. Auch Figg. 3 und 14 zeigen große Ähnlichkeit.

Fig. 3 bildet mit den nächstfolgenden vier Bildern eine Serie, bei welcher der Schneidenabstand wechselt, der Druck aber konstant bleibt. Während aber der Zerfall bei den Schneidentönen durch die Einschiebung der Schneide bereits in ziemlich geringem Abstand erzielt wird, behält die freie Lamelle ihre gerade Richtung über eine viel längere Strecke hin konstant. Für diese Länge muß es caet. par. ein Optimum geben, wie der Vergleich einerseits mit Aufnahmen bei ganz geringem Druck, andererseits bei sehr viel höherem Druck ergeben. Während z. B. im vorliegenden Fall bei einer Spaltbreite von 0,75 mm der Zerfall erst in etwa 25 mm Entfernung eintrat, so betrug nach photographischen Aufnahmen diese Länge bei Steigerung des Druckes auf 2,2 cm Wasser nur 15 mm, bei 3 cm Druck nur noch 8 mm. Die Feststellung der näheren Bedingungen, von denen das Eintreten des Zerfalles abhängt, wird noch weiterer Untersuchung bedürfen. Jedenfalls aber wird man annehmen dürfen, daß mit Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit auch der senkrecht zur Strömungsrichtung beiderseitig auftretende aerodynamische Druck¹⁾ wachsen muß und daß kleine Unterschiede in dessen Wert um so früher eine Größe annehmen werden, welche eine Verschiebung und dann ein Pendeln der Lamelle hervorruft.

21. *Schneidentöne.* Jetzt soll ausgegangen werden von einer geradlinigen Lamelle, wie in Fig. 3 (Spaltbreite 0,75 mm, Druck

1) Vgl. hierzu die schönen Versuche von van Schaik, Über die Tonerregung in Labialpfeifen, gekrönte Preisschrift. Rotterdam 1891.

0,8 cm Wasser, gültig bis Fig. 7; Fig. 8 hat einen Druck von 3 cm, 9—12 von 0,5 cm, alles sind Plattenaufnahmen). Bringt man in den Weg der Lamelle ein keilförmige Einlage (Fig. 4)¹⁾, so teilt sich bei geringem Schneidenabstand einfach der Luftstrom und strömt auf beiden Seiten ohne Wirbel vorbei. Wird dabei die Lamelle nicht genau halbiert, trifft sie vielmehr die Vorderkante des Keiles mit ihrer einen Grenzfläche, so wird dieser Teil fast rechtwinklig abgelenkt, während die andere Seite ruhig am Keil entlang gleitet und erst weit später sich in Wirbeln mit der umgebenden Luft mischt (Fig. 8). Für den Verlauf der Tonbildung bei weiterem Abstand scheint das aber ohne Bedeutung, solange nur der Keil überhaupt noch getroffen wird.

Mit dem Auftreten der Wirbel (Fig. 5) erscheint auch der erste Ton. Fig. 6 zeigt, wie dem tiefer werdenden Ton eine längere Lamelle entspricht. Fig. 7 hat mit dem vorhergehenden Bilde den gleichen Schneidenabstand, doch ist hier durch leise Luftbewegung der erste Sprung ausgelöst. Man sieht deutlich, wie die lange Lamelle wieder verkürzt ist und ein Streifen sich losgelöst hat. Übrigens ist Fig. 7 eine durch Partialentladung hervorgerufene Doppelaufnahme und es zeigt sich die Schwingung in beiden Grenzlagen.

Die Figg. 9—14 zeigen dieselben Bilder abermals, nur für den noch etwas schwächeren Druck von 0,5 cm Wasser, die Reihenfolge der Erscheinungen ist hier noch etwas weiter auseinander gezogen.

Fig. 9 zeigt den ersten Ton von großer Höhe. Ich möchte auf die feinen Rippungen zu beiden Seiten des Keiles aufmerksam machen, die sich etwa wie §-Zeichen übereinander lagern. An Fig. 10, welche bei der Exposition noch eine zweite Belichtung durch einen Partialfunken erhielt, ist der Unterschied zwischen dem ersten, festem Teil der Lamelle und dem zweiten durch Druckabnahme beweglich gewordenen gut sichtbar. Das Doppelbild umfaßt die beiden äußersten Schwingungslagen. Bei Fig. 11 ist die Grundschiwingung bei vergrößertem Abstand gut sichtbar. (Die Abstände betragen bei Fig. 9 fünf,

1) Das hier reproduzierte Bild gehört eigentlich zu einer anderen Serie, konnte aber gut hierher gesetzt werden, da es durchaus typisch ist.

Fig. 10 sieben, Fig. 11 elf, Figg. 12 und 13 zwölf, und Fig. 14 zwanzig Umdrehungen der Stellschraube von 0,8 mm Ganghöhe). Figg. 12 und 13 verdeutlichen abermals den Vorgang bei dem ersten Sprung, den Zerfall der Grundschwingung in die Oktave. Es ist überraschend, wie der neu erreichte Schwingungszustand sich auch bei großem Abstand von Fig. 14 noch mit solcher Klarheit erhalten hat. Der nächste Schritt wäre ein neuer Zerfall, eine abermalige Verkürzung des Blattes und Abscheidung eines weiteren Bandes. Doch verbot die bei dem geringen Druck nicht mehr bestimmbare Tonhöhe das Aufsuchen eines weiteren Sprunges. Dafür sind in den folgenden drei Doppelbildern Figg. 15, 16 und 17 (in der Tafel links unten) Ausschnitte aus drei Rotationsaufnahmen aus dem ersten, zweiten und dritten Intervall gegeben. Die Unterschiede springen so sehr in die Augen, daß eine nähere Besprechung nicht nötig erscheint. Einen Einblick in die wechselnden Zustände einer ganzen Periode bietet Fig. 18, welche zwar eine später näher zu besprechende Pfeifentonaufnahme ist, sich aber in allen Phasen mit den zur Raumersparnis hier nicht reproduzierten vollständigen Serien der kinematographischen Schneidentonbilder deckt.



Fig. 15.

22. *Versuch einer Erklärung.* Nach dieser ausführlichen Besprechung des hier veröffentlichten Materiales versuche ich, die Bildung der Schneidentöne zu erklären. Die nebenstehende Fig. 15 bietet ein schematisiertes Momentbild des während der Pendelung in dauerndem Wechsel von rechts und links begriffenen Luftstroms, bei welchem sich also nach einer halben Schwingung das ganze Bild umkehrt. Ich möchte hier eine bestimmte Bezeichnungsweise einführen, um Verwechselungen zu vermeiden. Den Teil von der Blaseöffnung bis zu *a*, also den Teil, der etwa wie ein einseitig fester Stab pendelt, will ich das *Blatt* nennen, wie das ja bei Orgelpfeifen üblich ist. Die losgelösten Teile *ab*, *bc*, *cd* etc. sollen die *Bänder* heißen.

Ohne Keil schlägt das Blatt zunächst eine gerade Rich-

tung ein, wie dies die dritte Photographie der Taf. II gezeigt hatte. Das Einschieben eines Keiles stört das Gleichgewicht, schon weil eine absolute Symmetrie praktisch nicht erreicht werden kann. Es tritt daher eine Druckdifferenz der äußeren Kräfte und infolgedessen eine Pendelung des Blattes auf. Daß diese nicht erst an dem Keil selber, sondern bereits vorher — bei weiten Keilabständen so bedeutend vorher — erscheint, kann ich nur dem Rückstau zuschreiben, welcher sich durch die oft scheinbar ganz losgelösten Bänder bis zum starren Teil des Blattes fortpflanzt.¹⁾ Demnach würde das Blatt, wenn es zum erstenmal gegen die (stumpfe) Kante des Keiles anstößt, wie ein biegsamer Stab zunächst in der Mitte seiner Länge ausbuchten.²⁾ Hier tritt nun die Eigenschaft des Materiales in den Vordergrund. Da es kein fester Körper ist, sondern ein Luftstrom, der aus sich immer ersetzenden Teilchen besteht, so werden die ausgebuchteten Stellen vorwärts wandern und der Bogen wird sich mit der Strömungsgeschwindigkeit geradeaus weiter bewegen, statt wie ein fester Körper mit der Pendelung wieder in die Symmetrieachse zurückzukehren. Die beiden äußersten Lagen dieser Bewegung lassen sich etwa durch die Kontur einer Birne darstellen. (Bei großen Abständen zerfällt sofort die instabile Grundschwingung in die weiter unten besprochenen Teilschwingungen.)

Ist der Schneidenabstand nur kurz und die Schneide stumpf, so reichen die seitlichen Elongationen nicht bis über die Kante hinaus. Während dieser Zeit entsteht auch kein Ton.

Dann kommt der Abstand, wo von der ganzen Dicke des Blattes die Kanten überschritten werden. In demselben Augenblick schießt ein Luftband an der Seite des Keiles entlang, im nächsten Moment an der entgegengesetzten Seite und so

1) Den Zusammenhang der quergestellten Bänder mit dem Blatt selbst beweist ja auch der selbst bei großer Entfernung immer wieder auftretende Grundton. Die Erscheinung entspricht dem Auftreten des Grundtones neben den Obertönen einer Saite.

2) Hierin unterscheidet sich die vorliegende Erklärung von der Ansicht van Schaiks (Preisschrift p. 28 und Fig. 17), welche nur am Keil selbst die Pendelung entstehen lassen will und daher die Schwingung einer elastischen Feder ganz zum Vorbild nimmt. Dieser Annahme widersprechen Bilder wie Fig. 9 meiner Tafel. Die Rippung müßte hier entgegengesetzte Richtung zeigen.

weiter in schneller Folge wechselnd. Zugleich tritt eine Periodizität in die Ausströmungsbewegung selbst, da diese abwechselnd gehemmt und befreit wird und es müßte sich auch in der Luftzuführung eine Pulsation nachweisen lassen, wie diese für stärkere Luftströme bei der Pfeife bereits von Hrn. Friedrich manometrisch gefunden wurde. Das ist der Moment, welcher in Fig. 9 der Tafel dargestellt ist und hier tritt der erste Ton auf.¹⁾

Bei weiterem Abstand des Keiles und größeren Elongationen des Blattes kommt als neue Erscheinung hinzu, daß die am weitesten hinausgeschobenen Teile beim Weiterwandern sich von den wieder zurückkehrenden Nachfolgern ablösen. Man wird auf allen Rotationsaufnahmen sehen, daß die Pendelung des Blattes bereits wieder zurückgeht, wenn die Ablösung eintritt. Wir erhalten so das erste Band *ab*. Bei seiner Rückkehr zieht das Blatt wegen der ihm folgenden Luftverdünnung den Anfang des Bandes in einen Wirbel zusammen. Weiterhin macht sich jetzt der Unterschied der Bewegungsgeschwindigkeit zwischen Anfang und Ende des Bandes, sowie die Stauung am Keil geltend. Das Band stellt sich quer.

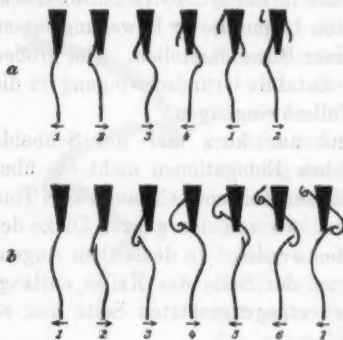


Fig. 16.

In der Zwischenzeit ist auf der anderen Grenzlage ein neues Band abgestoßen, welches wieder mit einem Wirbel abschließt, und so wandern die Bänder in wechselnder Stellung weiter, während das Blatt hin- und herpendelt. In der Fig. 16,

a und *b* sind die Bewegungen der Lamelle für einen kleineren und einen größeren Abstand schematisch gezeichnet. Die Pfeile geben immer die Richtung

1) Daß in der Tat das Überschreiten der Kanten die Tonbildung bedingt, läßt sich auch daraus schließen, daß bei scharfen Schneiden der Ton bereits in wesentlich geringeren Abständen entsteht.

der Blattbewegung an. Man wird dieselben Erscheinungen bei allen Rotationsaufnahmen verfolgen können.

Wenn das Blatt lang wird, so tritt ein Zerfall ein und zwar entsprechen die an Hand der Photographien besprochenen Erscheinungen durchaus den Folgerungen, welche aus den in dem ersten Teil der Arbeit mitgeteilten Kurven gezogen werden mußten. Die Lamelle schwingt zunächst in Grundschiwingung. Wird die Länge zu groß, d. h. der Energieaufwand zu bedeutend, so zerfällt die Grundschiwingung in die doppelte, dreifache, vierfache etc., wobei für den Zerfall immer wieder dieselben Bedingungen maßgebend sind, also auch beim Sprung immer wieder dieselbe Tonhöhe erreicht wird. (Vgl. nebenstehende Fig. 17, auf welcher die Entstehung der drei Sprünge schematisch gezeichnet ist.)

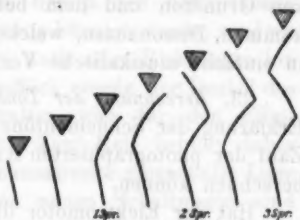


Fig. 17.

Ob der Ton hörbar wird durch die periodische Bewegung der Luft durch das Blatt oder durch die rhythmische Erschütterung des Keiles, darüber geben die Versuche kein absolut zuverlässiges Urteil. Ich möchte mich doch der letzteren Ansicht zuwenden, weil bei großem Schneidenabstand der Ton hörbar in der Nähe dieser Schneide und nicht in der Nähe der Blaseöffnung entsteht. Es war aber andererseits eine periodische Erschütterung des Keiles nicht nachweisbar. Doch werde ich auch nach dieser Richtung die Versuche noch erweitern.

Nach alledem wären also die Schneidentöne Töne, welche aus der Störung des Gleichgewichtes einer frei ausströmenden Luftlamelle durch eine Einlage entstehen. Durch Stauung des Luftstromes an der (stumpfen) Kante, welche demselben entgegensteht, wird eine Pendelung um die Gleichgewichtslage eingeleitet, bei welcher die Lamelle ihrer ganzen Länge nach um die Einlage hin- und herpendelt oder — bei größerem Abstand — in Unterabteilungen (einzelne Bänder) zerfällt und sich in diesen gegen die Einlage bewegt.

Es wird des weiteren gezeigt werden, daß es gerade die

Hauptaufgabe des Resonanzraumes einer Orgelpfeife ist, dieses Zerfallen zu verhindern.

Daß man zumeist von Schneidengeräusch und nicht von einem Schneidenton spricht, kommt wohl (abgesehen von Unsymmetrie beim Aufbau eines Versuches) vor allen Dingen von den Dissonanzen, welche durch gleichzeitiges Erklingen von Grundton und dem betreffenden höheren Ton zustande kommen, Dissonanzen, welche nur an den Stellen der Sprünge in einfache musikalische Verhältnisse übergehen.

23. *Berechnung der Tonhöhe.* Soll die hier vorgebrachte Erklärung der Schneidentöne genügen, so muß man aus der Zahl der photographierten Anschläge an die Einlage den Ton berechnen können.

Hat der Elektromotor die Tourenzahl n pro Minute oder $n/60$ pro Sekunde, und das Rad, welches den Film trägt, den Umfang 113 cm, ist außerdem das Übertragungsverhältnis 1:3, so ist $3n \times 113/60$ cm der in 1 Sek. zurückgelegte Weg. Sei nun l cm der Abstand zwischen zwei gleichen Phasen des anschlagenden Luftbandes, so ist die Schwingungszahl gegeben durch

$$z = \frac{3 \times 113}{60} \frac{n}{l} = 5,65 \frac{n}{l}.$$

Für diese Bestimmungen reichte der Kinematograph in der alten Form nicht aus. Es ergaben sich große Fehlerquellen. Vor allem hatte die lederne Treibschnur zu große Schlüpfung. Die dreistufigen Riemenscheiben wurden daher durch einfache breitere ersetzt, das Umsetzungsverhältnis 1:3 beibehalten. Ein breiter Treibriemen vermied die Schlüpfung.

Weiter handelte es sich um möglichst genaue Kenntnis der Tourenzahl in dem Augenblick des Kontaktes. Die Messung mit Tourenzähler bei rotem Licht war zu unzuverlässig. Es wurde daher der Motor dauernd mit einem Tachometer verbunden. (Von Dr. Th. Horn, Leipzig-Großschocher.) Vor demselben war ein Photographenapparat für Plattenaufnahme oder Rollfilms, sowie eine Beleuchtungsfunkstrecke fest aufgeschraubt. Weiterhin war im Inneren des Kinematographenkastens ein Federkontakt in der Weise angebracht, daß die auf der Holzspindel entlang gleitende (in Fig. 10 nicht mitgezeichnete) Schleiffeder für die Rotationsbeleuchtung gerade

im Moment des Stromschlusses den Stromkreis eines weiteren großen Induktors öffnete und für das Tachometer einen Beleuchtungsfunken auslöste. Auf diese Weise ließ sich die jeweilige Tourenzahl für den Anfang der Rotationsaufnahme automatisch photographieren.

Auf die Aufnahmen selbst wurde weiterhin insofern große Sorgfalt verwandt, als nicht nur der p. 478 beschriebene Messingschlitten mit Schraubenführung benutzt wurde, sondern auch eine an der Wand befestigte, nach allen Richtungen hin verstellbare Funkenstrecke. Schließlich wurde der Deckel des Kinematographen dauernd festgehalten und für den Filmwechsel eine Seitenwand geöffnet. Der Keil behielt daher seine einmal gerade unter der Funkenstrecke eingestellte Lage dauernd bei. Die so entstandenen neuen Schaltungen sind wohl zu kompliziert, um sie ohne größere Schwierigkeit abbilden zu können. Es sind daher Figg. 10 und 11 in der ursprünglichen einfacheren Gestalt hier reproduziert.

Die Tourenzahlen stellten sich als durchaus nicht so hoch heraus, als erwartet war. Wenn der Motor wesentlich über 600—700 Touren machte, so geriet der Apparat in starke Eigenschwingung und konnte nicht benutzt werden. Die Messungen bewegen sich daher statt bei den ursprünglich in Aussicht genommenen 1500 nur zwischen etwa 500 und 600 Touren.

Die Resultate bestätigten die Erwartung.

Beispiel 1. Wasserdruck 0,5. Abstand 9 Umdrehungen. Erstes Intervall. Tonhöhe (gestimmt mit Stimpfpfeife) = ca. 223. Tourenzahl n = ca. 550. Der Abstand l zwischen zwei gleichen Phasen = 14 cm gibt Tonhöhe T = 221.

Beispiel 2. Wasserdruck = 2,5. Erstes Intervall. Tonhöhe (mit Stimpfpfeife) = 870. n = ca. 520, l = 3,3, T = 890.

Beispiel 3. Wasserdruck = 2,5. Zweites Intervall (d. h. nach dem ersten Sprung). Tonhöhe = 1381. n = 610, l = 2,4, T = 1440.

Beispiel 4. Wasserdruck = 3,0. Abstand 15 Umdrehungen. Drittes Intervall (d. h. nach dem zweiten Sprung). Tonhöhe = ca. 950. n = 638, l = 3,6, T = 1000.

24. *Orgelpfeifen bei Unterdruck.* Für die Aufnahme von Tonbewegungen bei Orgelpfeifen wurde auf beiden Seiten der

Lippe ein kleines Stück der hölzernen Seitenwand entfernt und diese Öffnung durch Glas oder Glimmer wieder verschlossen. Für die endgültigen Versuche wurde dieses Stück ganz fortgelassen, da die drei dünnen Glimmerwände zwischen Funkenstrecke und Film zu wenig Licht durchließen und man auf die Glimmerdecke des Kinematographen natürlich nicht verzichten durfte. Durch den Ausschnitt wurde der Ton der Pfeife ein wenig erhöht, eine Änderung in dem allgemeinen Verhalten trat nicht ein.

Mit einem kleinen Ausschnitt nur in unmittelbarer Nähe der Labiumschnaide wurde die schon oben erwähnte gedackte Orgelpfeife, welche etwa den Ton *g-gis* = ca. 200 Schwingungen gab, photographisch aufgenommen. Die Töne bei zunehmendem Druck sind bereits in Kurve 3, p. 483 aufgezeichnet.

Es wurde zunächst der bei schwachem Winddruck auftretende Resonanzton von 600 Schwingungen photographiert, also der erste Oberton der gedackten Pfeife. Fig. 18 der Tafel zeigt das Resultat. Hier sind die einzelnen Schlieren besonders klar herausgekommen, so daß an dieser Aufnahme die Bewegungen der Bänder mit besonderer Deutlichkeit wahrzunehmen sind. Man sieht, wie das Blatt pendelt und wie die losgelösten Bänder nach oben gegen die Schnaide steigen, wo sie zerteilt werden. Zugleich zeigt sich, das hier nicht eine Grundschiwingung vorliegt, sondern die durch Resonanz verstärkte Schneidentonschwingung.¹⁾

25. *Orgelpfeifen bei normalem Druck.* Nr. 19 der Tafel zeigt den Grundton der Pfeife. Hier pendelt die Luftlamelle einfach und ohne Abspaltung weiterer Bänder hin und her. Die Resonanzwirkung der Pfeife hat das äußerste Ende der Lamelle büstenartig auseinander geblasen.

Dieser Grundton kommt also nach den bisherigen Ausführungen für den vorliegenden Druck nur bei einem ganz bestimmten Abstand des Labiums zustande. Das ist übrigens wohl ein anerkanntes Prinzip des praktischen Orgelbaus. Während aber die reine Grundschiwingung der freien Lamelle

1) Ein kleines Stück dieses Films habe ich für Demonstrationszwecke nach verstärktem Diapositiv stark vergrößern lassen und habe gute Bilder von 50 cm Höhe ohne jede Retouche erhalten. Interessenten steht das Diapositiv gern zur Verfügung.

bei diesem Schneidenabstand und Druck nicht bestehen könnte, das Luftblatt vielmehr in mehrere Bänder auseinander fallen müßte, hat die Resonanz die Orgelpfeife die einfache Grundschwingung erhalten.

26. *Orgelpfeifen bei Überdruck.* Der Einwand, daß die Pfeife von einer gewissen Windstärke an den Ton konstant hält, während nach Analogie der Schneidentöne für den steigenden Druck eine Tonerhöhung zu erwarten wäre, wird durch den Hinweis auf die kräftigere Resonanz der Luftmassen in dem Pfeifenkörper hinfällig. Außerdem aber zeigt sich auch wirklich bei stärkerem Anblasen ein geringes Höherwerden des Pfeifentones. Immerhin hält die Resonanz den Ton sehr lange und es tritt erst ein Sprung auf, wenn der Druck so stark geworden ist, daß jetzt der nächste Oberton der Pfeife zur Grundschwingung der steifer gewordenen Lamelle wird.

Es würde hier noch die Möglichkeit bestehen; daß die Obertöne der Orgelpfeifen wieder einen Zerfall des Luftblattes bedeuteten, die photographische Analyse hat das aber widerlegt. Nr. 20 und 21 der Tafel zeigen für eine große *c*-Pfeife von 129 Schwingungen den Grundton und die durch Überblasen entstandene Quint der Oktave. Beide Figuren zeigen die starke Einwirkung des Resonanzraumes, indem der Luftstrom wie ein kleiner Baum auseinander geht. Der Unterschied liegt nur in der Länge des festen Teiles der Lamelle, die bei dem hohen Ton entsprechend einem Druck von 0,5 Atm. wesentlich verkürzt ist. In beiden Fällen aber pendelt das ganze Bäumchen von einer Seite zur andern, d. h. die durch Überblasen entstandenen Obertöne einer Orgelpfeife sind die dem erhöhten Druck entsprechenden Grundtöne des schwingenden Blattes.

Das sind die wesentlichen Grundzüge der auf das Wesen der Schneidentöne aufgebauten Theorie der Orgelpfeifen.

Rostock, 3. Mai 1904.

(Eingegangen 4. Mai 1904.)

3. *Über die Entstehung der elektrischen Gas-spektra; von J. Stark.*

Inhalt: I. Teil. § 1. Strahlung negativer Elektronionen. § 2. Der Stoß negativer Elektronionen als Strahlungserreger. § 3. Konzentrationsgesetz und optische Dicke. § 4. Optische Dicke der positiven Lichtsäule. § 5. Thermische und elektrische Temperaturverteilung. § 6. Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes für elektrisches und chemisches Leuchten. § 7. Spektrale Intensitätsverteilung und elektrische Temperatur, Funken- und Bogenspektren. — II. Teil. § 8. Bekannte Tatsachen über Linien- und Bandenspektren. § 9. Versuchsanordnung. § 10. Hypothese über den Träger des Linien- und Bandenspektrums. § 11. Abhängigkeit der zwei Spektren von der relativen Geschwindigkeit im System positives Restatom—negatives Elektron. § 12. Überführung leuchtenden Dampfes aus der Strombahn in einen kräftefreien Raum. § 13. Wirkung des elektrischen Feldes auf das Linien- und Bandenspektrum. § 14. Folgerung über die Ionisierung als Vorbedingung des Leuchtens der Gase. § 15. Folgerung über die Emission und Absorption der Gase im neutralen Zustand. § 16. Vergleich der chemischen Elemente hinsichtlich ihrer Fähigkeit, das Linien- und Bandenspektrum zu liefern. § 17. Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes für das Bandenspektrum.

I. Teil.

§ 1. *Strahlung negativer Elektronionen.* — Aussendung elektromagnetischer Strahlungsenergie kommt dadurch zustande, daß das elektromagnetische Feld eines elektrischen Elementarquantums eine zeitliche Variation erfährt infolge einer Beschleunigung des Elementarquantums.

Das beschleunigte und darum strahlende Elementarquantum oder Elektron kann erstens durch Kräfte in einem System von Elektronen, in einem Atom, in bestimmter Weise gebunden sein. Die Perioden seiner Beschleunigung und Strahlung sind dann charakteristisch für die Art seiner Bindung. Das Linien- und Bandenspektrum schreiben wir den im Atom gebundenen Elektronen zu.

Das beschleunigte Elektron kann zweitens frei, es kann ein Ion sein. Es erfährt dann dadurch eine Beschleunigung,

daß es im Verfolg seiner translatorischen Bewegung auf ein anderes Teilchen stößt und während des Stoßes die Richtung und Größe seiner Geschwindigkeit ändert. Die Periode der Strahlung des stoßenden Ions wird durch die Stoßdauer bedingt unabhängig von der chemischen Natur des Körpers. Da an den Ionen eines Körpers alle möglichen Stoßzeiten vorkommen, so sendet der Körper alle möglichen Längen elektromagnetischer Wellen aus; *die Gegenwart von Ionen in einem Körper bedingt also ein kontinuierliches Spektrum.*

Von den verschiedenen Arten von Ionen sind die freien negativen Elektronen, „die Elektronionen“, für die elektromagnetische Strahlung von besonderer Wichtigkeit. Sie besitzen einmal eine große Geschwindigkeit dank ihrer kleinen Masse und können darum eine große Geschwindigkeitsänderung unter intensiver Ausstrahlung erfahren; zweitens sind aus dem gleichen Grunde ihre Stoßzeiten klein und damit die ausgestrahlten Perioden kurz.

In einem hochtemperierten Gas, so in einer Flamme¹⁾, ferner im Glimmstrom und Lichtbogen²⁾ sind negative Elektronionen vorhanden. *Aus diesem Grunde muß das Gas in einer Flamme, im Glimmstrom und im Lichtbogen ein kontinuierliches Spektrum besitzen;* durch Vergrößerung der optischen Dicke (§ 3) muß sich dieses sichtbar machen lassen. Die unregelmäßigen Impulse einer großen Anzahl unregelmäßig beschleunigter Elektronionen lassen sich nach dem Fourierschen Theorem³⁾ auflösen in eine Reihe scheinbar regelmäßiger Schwingungen von gleichem Interferenzvermögen wie bei den regelmäßigen ungestörten Schwingungen von Elektronen im Atom.

Daß die Interferenzfähigkeit von Licht nichts beweist für die Regelmäßigkeit der erregenden Schwingungen in einzelnen Leuchtpunkten, wurde bereits von Lippich⁴⁾, Gouy⁵⁾,

1) H. A. Wilson, Phil. Trans. 192. p. 499. 1899; J. Stark, Naturw. Rundschau 18. Nr. 42 u. 43. 1902; Ph. Lenard, Ann. d. Phys. 9. p. 647. 1902.

2) J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 680. 1903.

3) H. A. Lorentz, Akad. Wetensch. Amsterdam p. 666. 1903.

4) F. Lippich, Wied. Ann. 12. p. 380. 1881.

5) A. Gouy, Journ. de phys. 5. p. 354. 1886; Compt. rend. 120. p. 915. 1895.

Schuster¹⁾, Rayleigh²⁾, Planck³⁾ und Laue⁴⁾ gezeigt. Die von Wiechert⁵⁾ und Stokes⁶⁾ vorgeschlagene Theorie der Röntgenstrahlen unterscheidet sich in nichts von der hier angenommenen Theorie der Lichtemission durch den Stoß negativer Elektronionen. Bereits Rayleigh hat darauf hingewiesen, daß nach dieser Impulstheorie ein prinzipieller Unterschied zwischen den Röntgenstrahlen und gewöhnlichem Licht nicht vorhanden ist. Der Unterschied beruht lediglich in der Wellenlänge; wir haben *die Röntgenstrahlen als ultraviolette Lichtstrahlen sehr kleiner Wellenlänge* zu betrachten, die bei der Beschleunigung schneller Kathodenstrahlen beim Auftreffen auf Körperteilchen zur Emission kommen. Auf Grund ihrer besonderen Eigenschaften wurden die Röntgenstrahlen schon früher als ultraviolettes Licht angesprochen.

§ 2. *Der Stoß negativer Elektronionen als Strahlungserreger.* —

Wir sehen im folgenden ab von der Ausstrahlung, welche ein negatives Elektronion selbst ausgibt bei einem Zusammenstoß. Wir fassen ins Auge die Beschleunigungen, welche die gebundenen Elektronen eines Atoms oder Moleküls durch den Stoß negativer Elektronionen erfahren. Wir betrachten also die negativen Elektronionen als Erreger der Strahlung aus den Atomen und Molekülen.

Zwei beliebige Teilchen mögen zusammenstoßen; es mögen dabei ihre Elektronen eine Beschleunigung in bezug aufeinander erfahren, sie mögen Geschwindigkeiten in bezug aufeinander gewinnen, also einen Teil der kinetischen Translationsenergie der zusammenstoßenden Teilchen an sich nehmen; nach dem Zusammenstoß werden dann die Elektronen um ihre Gleichgewichtslagen schwingen und so die aufgenommene kinetische Energie allmählich wieder ausstrahlen in elektromagnetischer Form. Der mit Lichtemission verbundene Stoß zweier Teilchen ist notwendig nicht mehr elastisch. Der günstigste Fall für

1) A. Schuster, Phil. Mag. 37. p. 509. 1894; Compt. rend. 120. p. 987. 1895.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 27. p. 298. 1889; Nat. 57. p. 607. 1898.

3) M. Planck, Ann. d. Phys. 7. p. 390. 1902.

4) M. Laue, Dissert. Berlin p. 12. 1903.

5) E. Wiechert, Wied. Ann. 59. p. 283. 1896.

6) G. G. Stokes, Proc. Cambr. Soc. 9. p. 215. 1896.

die Lichtemission ist der vollkommen unelastische Stoß. Dieser sei der Untersuchung über den Einfluß der Masse zugrunde gelegt.

Der Stoß sei zentral, die Masse des einen Teilchens sei M , seine Geschwindigkeit vor dem Stoße sei Null, nach dem Stoße V ; die Masse des stoßenden Teilchens sei m , seine Geschwindigkeit vor dem Stoße sei v , nach dem Stoße V . Der Verlust an kinetischer Energie beim Zusammenstoße, also die von den Elektronen aufgenommene, ausstrahlbare Energie ist dann

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [m \cdot v^2 - (M + m) \cdot V^2] &= \frac{1}{2} \left[m \cdot v^2 - \frac{m^2 \cdot v^2}{M + m} \right] \\ &= \frac{1}{2} m v^2 \left[1 - \frac{m}{M + m} \right]. \end{aligned}$$

Das Verhältnis dieser Energie zur stoßenden Gesamtenergie $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ sei optischer Wirkungsgrad des Stoßes genannt. Dieser ist dann $1 - m/(M + m)$. *Der optische Wirkungsgrad eines licht-erregenden Stoßes ist also um so größer, je kleiner die Masse des stoßenden Teilchens ist.*

Die negativen Elektronionen haben eine ungefähr tausendmal kleinere Masse als die neutralen Atome oder positiven Ionen. Dies ist der Grund, warum der Stoß negativer Elektronionen ein besserer Strahlungserreger ist als der Stoß positiver Ionen oder neutraler Atome. Im elektrischen Feld tritt hierzu noch ein zweiter Grund. Indem die Ionen im elektrischen Feld Spannungsdifferenzen frei durchlaufen, gewinnen sie kinetische Energie; im elektrischen Feld ist darum die Geschwindigkeit und Temperatur der Ionen eine höhere als diejenige der neutralen Moleküle (§ 5). Da die negativen Elektronionen dank ihrer kleinen Masse größere Spannungsdifferenzen frei durchlaufen können als die positiven Ionen, so gewinnen sie größere Geschwindigkeiten und können somit eine intensivere Lichtemission veranlassen.

Auf Grund des Vorstehenden können wir folgende Hypothese als wahrscheinlich bezeichnen. *In der positiven Lichtsäule und in der negativen Glimmschicht des Glimmstromes und in der positiven Lichtsäule des Lichtbogens ist der Strahlungserreger der Stoß negativer Elektronionen.¹⁾* Diese Hypothese erklärt folgende Beobachtungen. Das Leuchten in den genannten Strompartien

1) J. Stark, Elektrizität in Gasen, p. 443. Leipzig 1902.

ist fest an die Bahn der negativen Elektronionen gebunden. Die Spektrallinien zeigen keine Verschiebung nach dem Dopplerschen Prinzip, da wohl die Geschwindigkeit der stoßenden negativen Elektronionen groß ist, aber nicht diejenige der gestoßenen Atome.

Auch in leuchtenden Metaldämpfen in Flammen ist der Strahlungserreger überwiegend der Stoß negativer Elektronionen trotz der Abwesenheit eines diese begünstigenden starken elektrischen Feldes. Der Stoß neutraler Atome oder positiver Ionen kommt sekundär nur bei einer hohen mittleren Temperatur des leuchtenden Gases in Betracht, nämlich sekundär in der Flamme und im Lichtbogen. Hierauf kommt der zweite Teil (§ 14) zurück.

§ 3. *Konzentrationsgesetz und optische Dicke.* — Wir nehmen an, daß unser Körper chemisch und optisch homogen sei, daß leuchtende Teilchen nur einer Art gleichmäßig in ihm verteilt seien. Er möge den gleichen Brechungsindex wie die Umgebung haben, eine Reflexion des Lichtes beim Austritt aus dem Körper soll also nicht statthaben.

Die Emission de einer Schicht des Körpers von der Dicke dl sei proportional der Zahl der leuchtenden Teilchen in der Volumeneinheit, es sei also $de = \varepsilon \cdot n \cdot dl$, wo ε in den betrachteten Grenzen eine Konstante sei, unabhängig von n . Ebenso gelte für die Absorption die Proportionalität $da = \alpha \cdot n \cdot dl$. Die Größe ε und α sind Funktionen der Wellenlänge. Die ganze Dicke unseres Körpers sei l , z bedeute eine große Zahl, es sei $dl = l/z$.

Wir berechnen die von den aufeinander folgenden Schichten dl nach außen gelangenden Emissionen. Sie sind offenbar:

$$de, (1 - da)de, (1 - da)^2 de, \dots$$

Die ganze Emission e ist gleich der Summe dieser konvergenten geometrischen Reihe

$$\begin{aligned} e &= \frac{de}{da} [1 - (1 - da)^z] = \frac{\varepsilon}{\alpha} [1 - (1 - \alpha \cdot n \cdot dl)^z] \\ &= \frac{\varepsilon}{\alpha} \left[1 - \left(1 - \alpha \cdot n \cdot \frac{l}{z} \right)^z \right]. \end{aligned}$$

Wie man sieht, ist die Emission e eine Funktion des Produktes $n \cdot l$, dieses sei *optische Dicke* des Körpers genannt.

Bleibt das Produkt $n \cdot l$ konstant, so ändert sich auch die Emission nicht.

Für *unendliche optische Dicke*, also für $a = 1$ ist die Emission $e = \varepsilon / \alpha$. Ist die Strahlung rein thermisch, so ist gemäß dieser Gleichung die Emission unseres Körpers ohne Reflexion gleich der Strahlung des schwarzen Körpers (Kirchhoffsches Gesetz). Entwickeln wir $(1 - \alpha \cdot n \cdot l / z)^z$ in eine Reihe und behalten nur die ersten Glieder bei, so ergibt sich als erste Annäherung

$$e = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \varepsilon \cdot n \cdot l \cdot \left[1 - \frac{\alpha \cdot n \cdot l}{2} \right].$$

Ist die Reflexion r unseres Körpers nicht gleich Null, so ist die nach außen gelangende Emission $e' = (1 - r) \cdot e$. Um in diesem Falle wieder die Emission ohne Reflexion zu erhalten, müssen wir unseren Körper von unendlicher optischer Dicke hohlförmig anordnen. Die aus der Höhlung tretende Strahlung ist dann die Emission e ohne Reflexion. Bei Gasen können wir mit großer Annäherung $r = 0$ setzen.

ε und α sind Funktionen der Wellenlänge. Das Verhältnis der Emissionen e_{λ_1} und e_{λ_2} für zwei verschiedene Wellenlängen ist gemäß der Gleichung

$$\frac{e_{\lambda_1}}{e_{\lambda_2}} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1} \cdot \alpha_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_2} \cdot \alpha_{\lambda_1}} \cdot \frac{1 - \left(1 - \alpha_{\lambda_1} \cdot \frac{n \cdot l}{\alpha} \right)^z}{1 - \left(1 - \alpha_{\lambda_2} \cdot \frac{n \cdot l}{\alpha} \right)^z}$$

eine Funktion der optischen Dicke $n \cdot l$. Bei unendlicher optischer Dicke ist das Verhältnis der Intensitäten zweier Wellenlängen

$$\frac{e_{\lambda_1}}{e_{\lambda_2}} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1} \cdot \alpha_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_2} \cdot \alpha_{\lambda_1}}.$$

Bei Intensitätsvergleichen im Spektrum hat man also die optische Dicke anzugeben, am besten bezieht man jene auf unendlich große oder kleine optische Dicke. Ist die optische Dicke sehr klein, so ist

$$\frac{e_{\lambda_1}}{e_{\lambda_2}} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1}}{\varepsilon_{\lambda_2}}.$$

Diese Forderung ist besonders bei leuchtenden Gasen zu beachten, da deren optische Dicke zumeist einen endlichen Wert hat. Ein Vergleich der Intensitätsverteilung in dem

Spektrum eines leuchtenden Körpers mit derjenigen des schwarzen Körpers für rein thermische Strahlung hat natürlich nur Sinn bei Beziehung auf unendliche optische Dicke des leuchtenden Körpers.

§ 4. *Optische Dicke der positiven Lichtsäule.* — In der ungeschichteten positiven Lichtsäule des Glimmstromes ist bei konstanter Gasdichte für größere Querschnitte das Spannungsgefälle und damit die Geschwindigkeit der Ionen nahezu unabhängig von der Stromstärke (El. i. G., p. 164); dieser proportional wächst die Zahl der negativen Elektronen (El. i. G., p. 265). Und da diese durch ihren Stoß die Strahlung der Lichtsäule bewirken, so ist unter den gemachten Voraussetzungen auch die Zahl der leuchtenden Punkte n in der Volumeneinheit proportional der Stromstärke i , also $n = \kappa \cdot i$. Die Emission eines Stückes positiver Lichtsäule von der Dicke l ist darum

$$e = \frac{e}{\alpha} \left[1 - \left(1 - \alpha \cdot \kappa \cdot i \cdot \frac{l}{\pi} \right)^2 \right].$$

Für sehr große optische Dicken (l oder i sehr groß) ist sie unabhängig von der Stromstärke.

Für eine kleine optische Dicke dagegen gilt in erster Annäherung $e = \kappa \cdot i \cdot l$ oder doch wenigstens

$$e = \kappa \cdot i \cdot l \cdot \left[1 - \frac{\alpha \cdot \kappa \cdot i \cdot l}{2} \right].$$

K. Ångström¹⁾, Ferry²⁾, Berndt³⁾ und Drew⁴⁾ haben für einen Druck von der Ordnung 1 mm gefunden, daß die Emission der positiven Lichtsäule in elementaren metalloidalen Gasen nahezu proportional der Stromstärke ist. Da die geometrische Dicke ihrer Lichtsäulen von der Ordnung 10 cm, ihre Stromstärke von der Ordnung 10 Milliamp. war, so besagt jenes experimentelle Resultat, daß unter diesen Versuchsbedingungen die optische Dicke der positiven Lichtsäule noch sehr klein ist.

Es liegt auf der Hand, daß bei Vergrößerung der optischen Dicke, so bei großer Stromstärke die Emission der Lichtsäule nicht mehr jenem einfachen Gesetz der Proportionalität folgen,

1) K. Ångström, Wied. Ann. 48. p. 509. 1893.

2) E. S. Ferry, Phys. Rev. 7. p. 9. 1898.

3) G. Berndt, Ann. d. Phys. 12. p. 1101. 1903.

4) E. R. Drew, Phys. Rev. 17. p. 321. 1903.

sondern langsamer als die Stromstärke zunehmen wird. In der Tat hat Lagarde¹⁾ für Luft bei Verwendung des Induktatoriums, das eine große momentane Stromstärke zu liefern vermag, und Kalähne²⁾ für Dampf von Quecksilber und Kadmium eine langsamere Zunahme der Emission gefunden, als jenem Proportionalitätsgesetz entspricht.

Die optische Dicke der positiven Säule des Lichtbogens ist infolge der großen Stromdichte beträchtlich; es ist darum von vornherein zu erwarten, daß ihre Emission bei konstanter geometrischer Dicke nicht proportional der Stromstärke ist. Die Beobachtung der Selbstumkehrung von Spektrallinien des Lichtbogens liefert den experimentellen Beweis dafür, daß in ihr die Absorption bereits beträchtlich und daß die Säule thermisch inhomogen ist.

§ 5. *Thermische und elektrische Temperaturverteilung.* — Die mittlere Temperatur eines Gases setzen wir proportional der mittleren kinetischen Energie des einzelnen Moleküls. Nun haben bei konstanter mittlerer Temperatur in einem bestimmten Moment nicht alle Moleküle die gleiche Geschwindigkeit, sondern es kommen gleichzeitig alle möglichen Geschwindigkeiten vor. Die Formel, welche die Anzahl der Moleküle angibt, deren Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ liegt, heißen wir das Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten; indem wir die Bezeichnung Temperatur auch auf das einzelne Molekül anwenden und die Temperatur des einzelnen Moleküls proportional seiner kinetischen Energie setzen, können wir auch von einem Gesetz der Temperaturverteilung sprechen.

Ein Gas besitze eine bestimmte mittlere Temperatur; es sei zwischen vollkommen spiegelnde und thermisch nicht leitende Wände eingeschlossen; es sollen in ihm keine materiellen Umlagerungen stattfinden. Es stellt sich dann eine bestimmte Verteilung der molekularen Geschwindigkeiten her, und zwar diejenige, für welche die Entropie des Gases ein Maximum, oder welche die wahrscheinlichste ist. Diese Verteilung wird gegeben durch das Maxwell-Boltzmannsche Verteilungsgesetz, wir wollen sie rein thermisch

1) H. Lagarde, Ann. de chim. et phys. 4. p. 370. 1885.

2) A. Kalähne, Wied. Ann. 48. p. 509. 1893.

nennen und in diesem Falle von einer thermischen Temperatur sprechen.

In einem Gemisch von neutralen Gasmolekülen und Ionen ist eine rein thermische Temperaturverteilung möglich. Wenn indessen in dem Gase eine elektromotorische Kraft wirkt und die Ionen sich in Strömung befinden, so ist die Geschwindigkeitsverteilung im allgemeinen nicht mehr die Maxwell-Boltzmannsche. Indem die Ionen Spannungsdifferenzen frei durchlaufen, gewinnen sie gegenüber den neutralen Gasmolekülen einen Überschuß von kinetischer Energie, wir erhalten eine Mischung von zwei verschiedenen temperierten Gasen, den neutralen Molekülen und den elektrisch bewegten Ionen¹⁾; wir wollen die Temperatur der Ionen in diesem Falle elektrisch nennen. Es liegt auf der Hand, daß für die Mischung der zwei verschieden temperierten Gase das thermische Verteilungsgesetz nicht mehr gilt; es gilt noch weniger für die Verteilung der elektrischen Temperatur der Ionen. Schließen wir das elektrisch durchströmte Gas in einem bestimmten Moment zwischen absolut spiegelnde, thermisch nicht leitende Wände ein unter gleichzeitiger Fortnahme des elektrischen Feldes, so bleibt der Zustand des Gases nicht konstant, sondern ändert sich so lange, bis sich der Zustand der rein thermischen Temperaturverteilung hergestellt hat.

In das Gesetz der elektrischen Temperaturverteilung für ein Volumenelement des Gases tritt als Variable der Gasdruck und das örtliche Spannungsgefälle ein; und gilt für die Strömung der Ionen das Ohmsche Gesetz nicht mehr, so hängt die Temperaturverteilung in einem Volumenelement auch noch von dem Spannungsabfall in den benachbarten Querschnitten des elektrischen Stromes ab. So ist die elektrische Temperaturverteilung in der negativen Glimmschicht abhängig von der Spannungsdifferenz, welche die Kathodenstrahlen vor der Glimmschicht frei durchlaufen haben.

Es ist ohne weiteres einzusehen, daß bei einer chemischen Reaktion in einem Gemisch mehrerer Gase, so in der Bunsenflamme, die Temperaturverteilung ebenfalls nicht dem Maxwell-Boltzmannschen Gesetz gehorcht.

1) J. Stark, Elektrizität in Gasen p. 417. Leipzig 1902; Ann. d. Phys. 12. p. 689. 1903.

Es ist selbst unter einfachen Voraussetzungen eine schwierige Aufgabe, Gesetze für die elektrische oder chemische Temperaturverteilung abzuleiten. Wir können indes mit Sicherheit folgendes behaupten. *Die Gesetze der elektrischen und der chemischen Temperaturverteilung sind verschieden von dem Maxwell-Boltzmannschen Gesetz der thermischen Temperaturverteilung, sie sind von Fall zu Fall abhängig von den speziellen Versuchsbedingungen. Die Angabe der mittleren Temperatur charakterisiert unter Zuhilfenahme des Maxwell-Boltzmannschen Gesetzes wohl den kinetischen Zustand eines rein thermisch temperierten Gases erschöpfend, aber für ein elektrisch oder chemisch temperiertes Gas sagt die Angabe einer mittleren Temperatur allein noch nichts aus über den molekular-kinetischen Zustand.*

§ 6. *Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes für elektrisches und chemisches Leuchten.* — Ist e die Emission, a die Absorption eines beliebigen Körpers, E die Emission des schwarzen Körpers, so ist nach dem Kirchhoffschen Gesetz das Verhältniß e/a unabhängig von der Körperart und gleich der Emission E des schwarzen Körpers bei gleicher Temperatur.

Seinem Gesetz hat Kirchhoff unter anderem auch folgende Voraussetzung gegeben: „Durch die Wärmestrahlen, welche ein Körper aussendet, wird der Regel nach die Wärmemenge, die er enthält, einen Verlust erleiden, der der lebendigen Kraft jener Strahlen äquivalent ist, und durch die Wärmestrahlen, welche er absorbiert, einen Gewinn, der äquivalent ist der lebendigen Kraft der absorbierten Strahlen. In gewissen Fällen kann aber eine Ausnahme von dieser Regel stattfinden, indem die Absorption und die Ausstrahlung andere Veränderungen des Körpers bewirkt, wie z. B. bei Körpern, die vom Lichte chemisch verändert werden, und Lichtsaugern, die durch die Ausstrahlung des Lichtes, welches sie aufgenommen haben, die Eigenschaft, zu leuchten, verlieren. Solche Fälle sollen ausgeschlossen werden durch die Annahme, daß der Körper die Eigenschaft besitzt, weder durch die Strahlen, welche er aussendet oder absorbiert, noch durch andere Einflüsse, denen er ausgesetzt ist, irgend eine Veränderung zu erleiden, wenn seine Temperatur durch Zuführung oder Entziehung von Wärme konstant erhalten wird.“ Diese Formulierung mag den Anschein erwecken, als ob für die Gültigkeit des Kirchhoff-

schen Gesetzes nur chemische oder materielle Änderungen im Zustand des strahlenden Körpers ausgeschlossen seien. Man hat indes auch eine Änderung in der Verteilung der kinetischen Energie oder Temperatur auszuschließen.

Wir können als Voraussetzung des Kirchhoffschen Gesetzes folgende Sätze formulieren. Der chemische Zustand des strahlenden Körpers muß im Durchschnitt konstant sein; wird der strahlende Körper in einem bestimmten Moment zwischen vollkommen spiegelnde, thermisch nicht leitende Wände eingeschlossen und vom energetischen Verkehr mit der Außenwelt abgeschnitten, so darf sich von diesem Moment an die Temperaturverteilung an die Moleküle nicht ändern; mit anderen Worten, der Körper muß sich im Zustand maximaler Entropie, maximaler Unordnung in der Geschwindigkeitsverteilung befinden. Unter dieser Voraussetzung allein und nur, wenn diese Voraussetzung erfüllt ist, gilt das Kirchhoffsche Gesetz und ist die Strahlung rein thermisch. *Der Satz, daß das Verhältnis e/a bei gleicher mittlerer Temperatur unabhängig von der Körperart ist, ist lediglich die Formulierung dafür, daß in den verglichenen Körpern der kinetische Zustand, die Temperaturverteilung gleich ist.*

In § 5 haben wir gesehen, daß der molekular-kinetische Zustand oder die Temperaturverteilung in elektrisch oder chemisch leuchtenden Gasen ein anderer ist als in rein thermisch leuchtenden Körpern. Die Erkenntnis dieser Tatsache allein gewährleistet die Richtigkeit des Satzes, daß *das Kirchhoffsche Gesetz für das elektrische und chemische Leuchten der Gase nicht gilt. Es ist darum unzulässig, die Gesetze der rein thermischen Strahlung, welche die Gesamtemission und die spektrale Intensitätsverteilung als Funktion der mittleren Temperatur darstellen, auf das elektrische oder chemische Leuchten anzuwenden, man darf beispielsweise aus der Lage der maximalen Intensität im Spektrum des elektrischen Leuchtens unter Anwendung des Gesetzes für die thermische Strahlung des schwarzen Körpers nicht eine mittlere Temperatur des elektrisch leuchtenden Gases berechnen.* Bestimmt man einerseits die mittlere Temperatur des elektrisch oder des chemisch leuchtenden Gases, andererseits das Verhältnis e/a oder die spektrale Intensitätsverteilung, so wird sich immer eine andere Abhängigkeit

dieser Größen von der mittleren Temperatur ergeben als bei dem thermischen Leuchten. Dies hat Stscheglayew¹⁾ beispielsweise für das Leuchten von Salzen in der Bunsenflamme gefunden.

§ 7. *Spektrale Intensitätsverteilung und elektrische Temperatur, Funken- und Bogenspektren.* — Wenn wir auch die Gesetze des thermischen Leuchtens nicht auf das elektrische und chemische Leuchten anwenden dürfen, so können wir aus ihnen doch folgendes lernen.

Die spektrale Intensitätsverteilung ist eine Funktion, eine Abbildung der Geschwindigkeits- oder Temperaturverteilung an den lichterregenden Teilchen, also für die positive Lichtsäule und die negative Glimmschicht eine Funktion der Geschwindigkeitsverteilung an die negativen Elektronionen. Je größer in einem Volumenelement der Anteil hoher Temperaturen oder großer Geschwindigkeiten an der gesamten kinetischen Energie der negativen Elektronionen ist, desto mehr ist das Intensitätsmaximum im Spektrum nach Blau verschoben. Wir sagen, die elektrische Temperatur unseres leuchtenden Gases sei um so höher, je größer jener Anteil großer Geschwindigkeiten negativer Elektronionen ist. Indem wir die Emission auf unendliche optische Dicke beziehen, können wir die Lage des Maximums der spektralen Intensität zur quantitativen Definition der elektrischen Temperatur benutzen.

K. Ångström (l. c.), Drew (l. c.), Langenbach²⁾ und Pflüger³⁾ haben bereits die schwierige Aufgabe in Angriff genommen, Intensitäten im Spektrum elektrisch leuchtender Gase zu vergleichen. Ihre Resultate bestätigen zwar einen Teil der nachstehenden theoretischen Folgerungen; doch sind noch weitere quantitative Untersuchungen wünschenswert, bei denen nach theoretischen Gesichtspunkten vorgegangen und vor allem die optische Dicke berücksichtigt wird. Was hier über die spektrale Intensitätsverteilung ausgeführt wird, muß einzeln auf das Banden-, Linien- oder kontinuierliche Spektrum, nicht auf ihre Superposition bezogen werden.

1) J. Stscheglayew, Ann. d. Phys. 12. p. 579. 1903.

2) H. Kayser, Boltzmann-Festschrift p. 38. 1904.

3) A. Pflüger, Ann. d. Phys. 13. p. 890. 1904.

Wir behandeln zunächst den Glimmstrom. Bei konstanter Gasdichte hängt die elektrische Temperatur der lichterregenden negativen Elektronionen ab von dem elektrischen Spannungsabfall. *Je größer dieser vor einem Querschnitt ist, desto höher ist hier die elektrische Temperatur*; bei konstanter Gasdichte wird die elektrische Temperatur durch Vergrößerung des Spannungsgefälles erhöht. So ist vor der negativen Glimmschicht der Spannungsabfall (Kathodenfall) größer als vor einem Querschnitt in der positiven Lichtsäule; hier durchlaufen die negativen Elektronionen ungefähr 30 Volt frei, die in der negativen Glimmschicht wirksamen Kathodenstrahlen haben aber mehr als 300 Volt frei durchlaufen. *Aus diesem Grund ist die elektrische Temperatur in der negativen Glimmschicht höher, das Licht blauer als in der positiven Lichtsäule.* Auch in einem reinen Gase zeigt eine Schicht der geschichteten positiven Lichtsäule verschiedene Färbung in verschiedenen Querschnitten; so ist in Stickstoff der Kopf einer Schicht gelblich, die Mitte bläulich rot. Auch diese Unterschiede erklären sich aus dem Unterschied in der elektrischen Temperatur. Die im Kopf der Schicht wirksamen Elektronionen, die von der vorausgehenden Schicht¹⁾ kommen, haben eine kleinere Geschwindigkeit als die noch weiter beschleunigten Ionen, die erst in der Mitte der Schicht zum Stoß gelangen.

In weiten Röhren ist das Spannungsgefälle in der ungeschichteten positiven Lichtsäule (El. i. G., p. 164) nahezu unabhängig von der Stromstärke; infolgedessen ist in weiten Röhren auch die *elektrische Temperatur* und somit die spektrale Intensitätsverteilung bei gleicher optischer Dicke unabhängig von der *Stromstärke*. In engen Röhren dagegen nimmt das Spannungsgefälle merklich ab mit zunehmender Stromstärke; darum sinkt in ihnen die elektrische Temperatur mit wachsender Stromstärke unter gleichzeitiger Verschiebung des spektralen Maximums nach Rot zu.

Bei gleicher Stromstärke ist in kleinen Querschnitten der positiven Lichtsäule das Spannungsgefälle größer als in weiten. Darum ist die *elektrische Temperatur* in engen Querschnitten

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 712. 1903.

höher, das Licht blauer als in weiten Querschnitten unter sonst gleichen Umständen.

Der elektrische Funke¹⁾ ist entweder lediglich ein kurzdauernder Glimmstrom im Gas oder (infolge von Umwandlung des Glimmstromes) ein kurzdauernder Lichtbogen im Metaldampf aus den Elektroden. *Soweit er zur Erzeugung der Spektren des Elektrodenmetalles dient, ist er immer ein Lichtbogen.* Unter Funkenspektrum versteht man also ein Spektrum, das durch einen kurzdauernden Lichtbogen geliefert wird. Das Bogenspektrum dagegen wird von dem ununterbrochen brennenden Gleichstromlichtbogen geliefert. Das Mittel zur Erzeugung der zwei Spektren ist also das gleiche; indes wird es unter verschiedenen Umständen angewendet. Einmal ist zumeist die optische Dicke in den zwei Fällen verschieden groß; dazu kommt noch, daß sowohl die mittlere wie die elektrische Temperatur von der Achse der Strombahn nach außen zu in verschiedener Weise abnimmt. Der charakteristische Unterschied zwischen den Funken- und Bogenspektren dürfte indes in der elektrischen Temperatur zu suchen sein.

Der Spannungsabfall²⁾ in der positiven Säule des Lichtbogens hängt ab von der Dampfmenge, welche aus den Elektroden entwickelt wird; je kleiner diese Dampfmenge ist, desto größer ist in ihr der Spannungsabfall und damit die elektrische Temperatur. Nun ist im stationär brennenden Gleichstromlichtbogen die Dampfentwicklung aus den glühenden Elektroden und darum die Dampfmenge in der Lichtsäule größer als in dem kurzdauernden Lichtbogenfunken zwischen den relativ kalt bleibenden Elektroden. Aus diesem Grunde ist der Spannungsabfall und somit auch *die elektrische Temperatur für die Funkenspektren größer als für die Bogenspektren; die mittlere Temperatur des Gas- und Dampfgemisches mag in diesem Falle größer sein als in jenem.*

Man sieht sofort, durch welche Mittel man die Bogenspektren den Funkenspektren ähnlich machen kann. Man hat den Spannungsabfall durch Verminderung der Dampfentwickel-

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 7. p. 428. 1902.

2) J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 679. 1903; J. Stark u. L. Cassuto, Physik. Zeitschr. 5. p. 264. 1904.

lung aus den Elektroden zu verringern. Dies geschieht durch Verringerung der Stromstärke, womöglich noch unter gleichzeitiger künstlicher Abkühlung der Elektroden. In der Tat fand Hartmann¹⁾ für Magnesium eine große Übereinstimmung zwischen dem Funkenspektrum und dem Bogenspektrum bei sehr kleiner Stromstärke des Lichtbogens. Man erkennt auch sofort, daß die elektrische Temperatur im Funken höher ist, wenn die Stromstärke durch Vorschaltung einer Selbstinduktion (Schuster und Hemsalech, Hemsalech, Schenck) auf kleinem Wert gehalten, als wenn sie durch Parallelschaltung einer Kapazität groß gemacht wird. Der Einfluß der verschiedenen Entladungsarten auf die Entstehung der Gasspektren läßt sich ungezwungen aus den verschiedenen Werten des Spannungsabfalles, der optischen Dicke und der mittleren Temperatur erklären.

Der Spannungsabfall und damit die elektrische Temperatur in der positiven Lichtsäule in einem Gas oder Dampf wird auch verändert durch die *Beimischung* eines zweiten Gases. Besitzt das beigemischte Gas eine kleinere Ionenenergie²⁾ als das vorhandene (Quecksilberdampf zu Stickstoff), so sinkt dadurch das Spannungsgefälle und die elektrische Temperatur. Die spektrale Intensitätsverteilung im Spektrum des gegebenen Gases ändert sich im Sinne einer Temperaturniedrigung.

II. Teil.

§ 8. *Bekannte Tatsachen über Linien- und Bandenspektren.* — In dem vorausgehenden Teile wurde dargelegt, daß der Erreger des elektrischen Leuchtens der Gase wahrscheinlich der Stoß negativer Elektronionen ist in der positiven Lichtsäule des Glimm- und Bogenstromes und in der negativen Glimmschicht des Glimmstromes. Die Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes für das elektrische und chemische Leuchten ergab sich als Folgerung daraus, daß die Verteilung der Geschwindigkeiten in elektrisch oder chemisch leuchtenden

1) J. Hartmann, *Astrophys. Journ.* 17. p. 270. 1903.

2) J. Stark, *Physik. Zeitschr.* 3. p. 403. 1902; 5. p. 51. 1904.

Gasen verschieden ist von der rein thermischen Verteilung, welche das Kirchhoffsche Gesetz zur Voraussetzung hat und welche durch das Maxwell-Boltzmannsche Gesetz beschrieben ist. Der vorausgehende Teil behandelt indes seine Aufgabe, die Entstehung der elektrischen Gasspektren, nicht erschöpfend, indem er sich in der Hauptsache auf den Erreger des Leuchtens, den Stoß negativer Elektronionen, beschränkt und die Frage nach dem Träger des Linien- und Bandenspektrums offen läßt.

Die Entdeckung Plückers und Hittorfs, daß ein elementares Gas sowohl ein Banden- als ein Linienspektrum besitzen kann, hat jeder Kritik gegenüber Stand gehalten. Gase wie Stickstoff und Schwefel und einatomige Gase wie Argon und Quecksilberdampf besitzen ein Banden- und ein Linienspektrum. Das Bandenspektrum des Quecksilbers ist von Eder und Valenta¹⁾ und neuerdings von Hagenbach und Konen²⁾ photographiert worden.

Wie schon Plücker und Hittorf gefunden haben und wie später immer wieder bestätigt wurde, wird das Linienspektrum durch starke Kondensatorentladungen, das Bandenspektrum durch schwache Ströme erzeugt.

Die zwei Spektren sind im allgemeinen, wie man fand, immer gleichzeitig vorhanden; indes kann die Intensität des einen Spektrums so sehr überwiegen, daß das andere scheinbar nicht vorhanden ist.

Rydberg, Kayser und Runge haben für die Serien von Linienspektren Formeln angegeben, Deslandres hat den Bau des Bandenspektrums in einer Formel beschrieben. Nach diesen Formeln ist die Struktur der Linien- und Bandenspektren prinzipiell so verschieden, daß heute³⁾ nur wenig Zweifel darüber herrscht, daß die zwei Spektren nicht kontinuierlich ineinander sich verwandeln lassen, daß vielmehr auch die Träger der zwei Spektren ihrer Struktur nach voneinander verschieden sein müssen.

1) J. M. Eder u. E. Valenta, Denksch. d. Wiener Akad. 61. p. 1. 1894.

2) A. Hagenbach u. H. Konen, Zeitschr. f. wissensch. Photogr. 1. p. 342. 1903.

3) H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie 2. p. 222. Leipzig 1902.

§ 9. *Versuchsanordnung.*¹⁾ — Um wohl definierte Verhältnisse zu haben, hat man bei einer Untersuchung über die Entstehung der Spektren den Gleichstrom einer Batterie anzuwenden. Bei den nachstehenden Versuchen diente als Stromquelle teils eine Starkstrombatterie von 135 Volt, teils eine Schwachstrombatterie von 1800 Volt.

In verschiedenen Vorversuchen an Stickstoff, Schwefel, Jod und Quecksilber zeigte sich das letztere am geeignetsten zur Untersuchung der Existenzbedingungen der zwei Spektren. Die Linienspektren von Schwefel und Stickstoff erscheinen nämlich in beträchtlicher Intensität erst bei einer so hohen mittleren Temperatur, daß das Glas nur kurze Zeit bei Gleichstrom ihr Stand halten würde. Dagegen ließ sich das Linien- und das Bandenspektrum des Quecksilbers mit Gleichstrom nach Belieben lange und bequem ohne Übersäuerung der Gefäßwände herstellen. Im Nachstehenden sind nur Untersuchungen über die Spektren des Quecksilbers mitgeteilt. Aufgabe weiterer Arbeit muß es sein, die aufgefundenen Erscheinungen auch bei den Spektren der übrigen Elemente aufzusuchen.

Wollte man auf die leuchtenden Teilchen innerhalb der Bahn des elektrischen Stromes Kräfte wirken lassen, so würde dadurch auch die elektrische Strömung beeinflusst werden; man könnte dann eine Modifikation des Leuchtens nicht eindeutig auf die direkte Wirkung der angewandten Kräfte zurückführen. *Man muß vielmehr die leuchtenden Teilchen aus dem elektrischen Felde der erzeugenden Strömung heraus in einen kräftefreien Raum überführen und hier zur Untersuchung bringen.* Bei Quecksilber läßt sich diese Forderung leicht in folgender Weise erfüllen.

Als Strombahn benutzt man eine halbkreisförmige Röhre (Fig. 1), an deren Enden flüssiges Quecksilber mit Platinzuleitung als Anode und Kathode dient. Seitlich ist an diese 1,5—2 cm weite Röhre eine 1,5—2 cm lange, 0,5 cm weite Röhre angesetzt, an diese weiter eine 8—10 cm lange, 4—5 cm

1) Die in der vorliegenden Untersuchung verwendeten Glasapparate wurden von der Glasbläserei Mittelbach in Göttingen angefertigt.

weite Röhre. Wird die gebogene Röhre mittels eines Bunsenbrenners oder einer Heizspirale oder durch die elektrische Strömung in ihr (Lichtbogen) erhitzt, so wird der Dampfdruck in ihr größer als in dem seitlichen kälteren Ansatzgefäß. Infolge dieser Druckdifferenz strömt dann Quecksilberdampf aus der Strombahn in das seitliche Ansatzgefäß. Insofern dessen Temperatur dauernd niedriger bleibt, als diejenige der Stromröhre, kann dauernd in sie Dampf einströmen; das in ihr kondensierte Quecksilber tropft wieder nach den Elektroden zurück. Ist nun in der gebogenen Röhre ein elektrischer Strom und damit elektrisches Leuchten vorhanden, so können durch die beschriebene Strömung des Dampfes leuchtende Teilchen aus der Strombahn heraus in das kräftefreie Ansatzgefäß hinübergeführt werden.

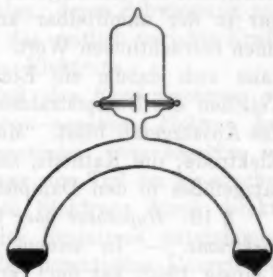


Fig. 1.

Um den Glimmstrom mit 1800 Volt Elektrodenspannung erhalten zu können, muß in der Stromröhre ein höherer Dampfdruck als bei Zimmertemperatur hergestellt werden. Zu dem Zweck wird die Stromröhre entweder mittels des Bunsenbrenners oder noch besser mittels einer um sie gewundenen Heizspirale erwärmt; oder es wird erst der Lichtbogen in ihr hergestellt und, sowie er die Temperatur genügend erhöht hat, unterbrochen und unmittelbar darauf die Hochspannung angelegt.

Um den in das Ansatzgefäß tretenden Dampfstrahl hier in seinem Verhalten gegen elektrische Kräfte untersuchen zu können, wurde folgende Anordnung getroffen. Wie die Fig. 1 zeigt, wurden zwei Platten Elektroden aus Eisen in dem Ansatzgefäß einander parallel gegenübergestellt. Hierbei ist aber folgendes zu beachten. Sind in einem ionisierten Gas die negativen Ionen die schnellen Elektronen, so bildet sich an der Kathode ein großer Spannungsabfall aus, fast die ganze Elektrodenspannung erscheint als Kathodenfall auf einer kurzen Strecke im Gase an der Kathode. Dies ist beispielsweise der

Fall bei Salzdämpfen in Flammen¹⁾; für verdünnte ionisierte Gase (Glimmstrom) wurde dies experimentell auch vom Verfasser²⁾ nachgewiesen. Legt man also zwischen die Platten-elektroden im Ansatzgefäß ein elektrisches Feld, so hat dies nur in der unmittelbar an der Kathode liegenden Gaschicht einen beträchtlichen Wert. Nur an der Oberfläche der Kathode kann sich darum ein Einfluß der elektrischen Kraft auf die Teilchen des Dampfstrahles zeigen, der aus der Strombahn in das Ansatzgefäß bläst. Man hat aus diesem Grunde die eine Elektrode, die Kathode, unmittelbar über den Mund des Ansatzgefäßes in den Dampfstrahl hinein zu setzen.

§ 10. *Hypothese über den Träger des Linien- und Bandenspektrums.* — In seinem Buch „Die Elektrizität in Gasen“ (Leipzig 1902) hat der Verfasser folgende Hypothese über den Träger des Linien- und Bandenspektrums vorgeschlagen. Bei der Ionisierung eines neutralen Atoms, also bei der Abtrennung eines negativen Elektrons, erfahren auch die im positiven Restatom verbleibenden Elektronen eine Erschütterung, sie nehmen kinetische Energie auf und strahlen diese dann wieder aus. So wird der positive Atomrest oder das Atomion zu einem Träger einer elektromagnetischen Ausstrahlung; wir nehmen an, *diese Ausstrahlung des positiven Atomions konstituiere das Linienspektrum des zugehörigen chemischen Elementes.*

Wird ein neutrales Atom ionisiert, so mag zwar das abgetrennte negative Elektron fortfliegen, dafür aber mag das fremde negative Elektron, das durch seinen Stoß die Ionisierung bewirkte, in der Nähe des positiven Restatoms zurückgehalten werden und unter periodischer Bewegung, allmählich sich annähernd, an das positive Restatom sich anlagern, indem so aus einem positiven Restatom und einem negativen Elektron ein neutrales Atom neu sich bildet. Drei Dinge sind bei diesem Prozeß zu beachten. Erstens erfahren die Elektronen des positiven Restatoms eine Erschütterung, deren Amplitude mit der Geschwindigkeit des stoßenden fremden Elektrons wächst. Zweitens wird bei der beschriebenen Anlagerung die beträchtliche potentielle Energie des freien negativen Elektrons in

1) F. L. Tufts, Physik. Zeitschr. 5. p. 76. 1904.

2) J. Stark, Ann. d. Phys. 13. p. 310. 1904.

bezug auf das freie positive Restatom erst in kinetische Energie der Elektronen und schließlich in elektromagnetische Strahlungsenergie verwandelt. Drittens befindet sich das System positives Restatom–negatives Elektron in einer Umbildung, während die Elektronen des Restatoms strahlen; deren Schwingung und Ausstrahlung wird verändert durch das zeitlich variable Kraftfeld des sich anlagernden negativen Elektrons.

Wir wollen nun annehmen, daß *das Bandenspektrum als Träger das System positives Restatom–negatives Elektron hat, das in der Umbildung zu einem neutralen Atom begriffen ist.* Die Energie des Bandenspektrums mag zum Teil der kinetischen Energie des heranstoßenden fremden Elektrons durch direkte Übertragung an die Elektronen des Restatoms entstammen, zum Teil wird sie indirekt aus der potentiellen Energie des sich anlagernden Elektrons in bezug auf das positive Restatom gewonnen. Ein Bandenspektrum muß darum die Wiedervereinigung von Elektronionen und Atomionen begleiten. Die Ansicht, daß die Wiedervereinigung von Ionen mit einer Lichtstrahlung verbunden sei, wurde in dieser allgemeinen Form schon mehrfach früher ausgesprochen.

§ 11. *Abhängigkeit der zwei Spektren von der relativen Geschwindigkeit im System positives Restatom–negatives Elektron.* — Wir wollen aus der vorstehenden Hypothese über die Träger des Banden- und Linienspektrums die Konsequenzen ziehen und sie an dem Falle der Spektren des Quecksilbers experimentell prüfen.

Wenn hier die Rede ist von einer mittleren absoluten Temperatur des Gases, so sei ohne Rücksicht auf das Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung darunter einfach der Quotient aus der gesamten kinetischen Energie und der Zahl der Gasteilchen verstanden. Das System positives Restatom–negatives Elektron besitzt ein Maximum von potentieller Energie, die Ionenenergie¹⁾; wird die relative kinetische Energie in dem System gleich oder größer als die Ionenenergie, so zerfällt das System in ein negatives Elektronion und ein positives Atomion. Je größer darum die kinetische Energie des zu

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 419. 1902; Physik. Zeitschr. 3. p. 403. 1902.

ionisierenden neutralen Atoms, je höher also die mittlere Temperatur des Gases ist, desto seltener wird der Fall werden, daß nach der Ionisierung positives Restatom und negatives Elektron beieinander bleiben und so das Trägersystem des Bandenspektrums bilden. Das gleiche ist der Fall, je größer die Geschwindigkeit des heranstoßenden negativen Elektronions ist. *Je größer also die mittlere Temperatur des Gases und je größer die Geschwindigkeit der ionisierenden negativen Elektronionen ist, desto kleiner wird die Zahl der Systeme positives Restatom—negatives Elektron, desto länger kann sich das positive Atomion ohne die Anlagerung negativer Elektronen behaupten; desto kleiner wird die Intensität des Banden-, desto größer diejenige des Linienspektrums.*

Die vorstehende Folgerung bestätigt sich an den Spektren des Quecksilberdampfes. Erzeugt man zwischen Quecksilberelektroden im Vakuum einen Lichtbogen (Fig. 2), so zeigt dieser in seiner ganzen Ausdehnung das Linienspektrum (gestrichelt). Infolge der großen Stromstärke (2—5 Amp.) ist nämlich die mittlere Temperatur im Lichtbogen ziemlich hoch. Stellt man dagegen zwischen den Quecksilberelektroden den viel schwächeren



Fig. 2.

Glimmstrom (10—0,1 Milliamp.) her, so bleibt in der positiven Lichtsäule die mittlere Temperatur der positiven Lichtsäule unter 300° ; dagegen vermag sich in der negativen Glimmschicht infolge des großen Spannungsabfalles an der Kathode eine hohe mittlere Temperatur zu behaupten, auch ist hier die Geschwindigkeit der Elektronionen (Kathodenstrahlen) viel größer als in der positiven Lichtsäule. Dementsprechend zeigt nunmehr beim Glimmstrom die positive Lichtsäule (Fig. 3) das Bandenspektrum (punktiert) in beträchtlicher Intensität neben dem Linienspektrum; die negative Glimmschicht dagegen zeigt das Linienspektrum in überwiegender Intensität. Die Gesamtfarbe des Linienspektrums ist rötlich-weiß, diejenige des Bandenspektrums dagegen grün. Verstärkt man den Glimm-

mehr beim Glimmstrom die positive Lichtsäule (Fig. 3) das Bandenspektrum (punktiert) in beträchtlicher Intensität neben dem Linienspektrum; die negative Glimmschicht dagegen zeigt das Linienspektrum in überwiegender Intensität. Die Gesamtfarbe des Linienspektrums ist rötlich-weiß, diejenige des Bandenspektrums dagegen grün. Verstärkt man den Glimm-

strom, beispielsweise indem man bei kleinem Vorschaltwiderstand den Kathodenfall durch Erhöhung des Dampfdruckes verkleinert, so wird die mittlere Temperatur in der Achse der



Fig. 3.

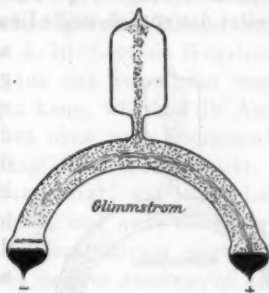


Fig. 4.

positiven Lichtsäule höher. Hier überwiegt dann die Intensität des Linienspektrums, während rings herum bis zur Glaswand das schöne grüne Licht des Bandenspektrums wahrzunehmen ist (Fig. 4).

In dem vorausgehenden Teile ist dargelegt worden, was unter elektrischer Temperatur der Ionen im elektrischen Felde verstanden sein soll. Sie hängt ab von dem Spannungsabfall und ist bei konstantem Gasdruck um so größer, je größer der Spannungsabfall ist, also z. B. je kleiner die Stromstärke ist. Da das Bandenspektrum bei kleiner Stromstärke intensiver ist, so ist die elektrische Temperatur der positiven Lichtsäule bei Gegenwart des Bandenspektrums größer als bei überwiegendem Linienspektrum, während die mittlere Temperatur des Gases für dieses größer ist als für jenes.

§ 12. Überführung leuchtenden Dampfes aus der Strombahn in einen kräftefreien Raum. — Durch die in § 2 beschriebene Versuchsanordnung wird in der Tat bewirkt, daß in das Ansatzgefäß aus der Strombahn leuchtender Dampf durch die Druckdifferenz getrieben wird. Beim Lichtbogen, also wenn die positive Lichtsäule überwiegend das Linienspektrum zeigt, ist der in das Ansatzrohr tretende Dampfstrahl rötlich-weiß gefärbt (Fig. 2); er zeigt ebenfalls das Linienspektrum. Bei schwachem Glimmstrom, also wenn in der positiven Lichtsäule

das Bandenspektrum überwiegt, besitzt der in das Ansatzgefäß tretende Dampfstrahl grüne Farbe mit einer geringen Beimischung von Rötlich-weiß (Fig. 3).

Erhitzt man die Quecksilberkathode des Glimmstromes, so schreitet das rötlich-weiße Leuchten der negativen Glimmschicht

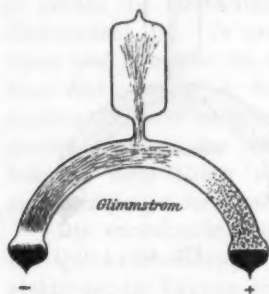


Fig. 5.

nach der Anode zu vorwärts, die grüne positive Lichtsäule weicht vor ihr zurück. Befindet sich der dunkle Zwischenraum gerade unter der Mündung des Ansatzgefäßes, so ist der Dampfstrahl in diesem farblos. Treibt man durch Erhitzen das rötlich weiße Leuchten noch weiter vorwärts, so färbt sich der in das Ansatzgefäß tretende Dampf wieder, und zwar wird er jetzt schwach rötlich-weiß (Fig. 5).

Man könnte nun versucht sein, die Tatsache, daß der Dampfstrahl im Ansatzgefäß gefärbt ist, in folgender Weise zu erklären. In der Strombahn werden die leuchtenden Teilchen durch irgend eine Wirkung zum Leuchten erregt; während dann die Schwingungen ihrer Elektronen ohne weitere Energiezufuhr abklingen, werden sie in das Ansatzgefäß so schnell geführt, daß sie hier noch merkliches Licht ausstrahlen können.

Gegen diese Erklärung spricht einmal die Tatsache, daß in dem rötlich-weißen Dampfstrahl dunkle Schichten¹⁾ auftreten können. Diese wären nicht möglich, wenn die einströmenden Teilchen andauernd weiter leuchten würden in allen Punkten ihrer Bahn und nicht durch neue Energiezufuhr neu zum Leuchten angeregt würden. Die leuchtenden Schichten sind vielmehr Stellen, wo die positiven Atomionen durch Zusammenstoß wieder neu zum Leuchten angeregt werden.

Zu dem gleichen Resultat kommt man durch eine angenäherte Berechnung der Zeit, während welcher die Amplitude der schwingenden Elektronen auf den $\frac{1}{2 \cdot 10^{15}}$ Wert ihrer an-

1) J. Stark u. M. Reich, Physik. Zeitschr. 4. p. 321. 1903; J. Stark, l. c. p. 440.

fänglichen Größe herabsinkt. Nach E. Wiechert¹⁾ beträgt diese Zeit ungefähr 10^{-8} sec. Nun ergab sich in einem Falle²⁾ aus einer experimentellen Bestimmung der Geschwindigkeit des Quecksilberdampfstrahles der Wert $3 \cdot 10^4$ cm. sec⁻¹. Setzen wir indes diese Geschwindigkeit selbst gleich $3 \cdot 10^5$ cm. sec⁻¹, so berechnet sich immer noch nur $3 \cdot 10^{-3}$ cm als Wegstrecke, welche ein leuchtendes Teilchen aus der Strombahn weg in das Ansatzgefäß hinein zurücklegen kann, während die Amplitude seiner schwingenden Elektronen ohne neue Energiezufuhr auf ungefähr 86 Proz. ihres anfänglichen Wertes sinkt. In Wirklichkeit aber vermag der Dampfstrahl auf einer Länge von 10 cm im Ansatzrohr zu leuchten, und zwar sowohl wenn er das Linien- als wenn er das Bandenspektrum zeigt.

Das Leuchten des Dampfstrahles in dem Ansatzgefäß kommt also dadurch zustande, daß den Elektronen seiner leuchtenden Teilchen im Dampfstrahl selbst neue Energie zugeführt wird. Nach unserer Hypothese über die Träger des Linien- und des Bandenspektrums kann das Linienspektrum oder das rötlich-weiße Leuchten des Dampfstrahles dadurch sich auf einer längeren Strecke erhalten, daß seine Träger, die positiven Atomionen, die mit in das Ansatzgefäß hineingerissen werden, hier durch Zusammenstoß infolge thermischer Bewegung neu zum Leuchten erregt werden. Das grüne Leuchten des Bandenspektrums kann deswegen in dem Dampfstrahl längere Zeit sich halten, weil den schwingenden Elektronen in dem System positives Restatom-negatives Elektron aus der potentiellen Energie dieses Systems bei der Anlagerung des negativen Elektrons neue Energie nachgeliefert wird.

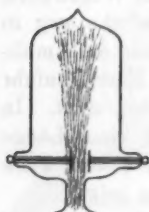
§ 13. *Wirkung des elektrischen Feldes auf das Linien- und Bandenspektrum.* — An die zwei Elektroden des Ansatzgefäßes wurden in den meisten Fällen nur 300 Volt wohl isoliert angelegt; es konnte sich also zwischen ihnen kein selbständiger Glimmstrom herstellen, da dieser mindestens 350 Volt beansprucht.

Bläst zwischen die zwei Plattenelektroden der rötlich-weiße oder der grüne Dampfstrahl hindurch, so vermag die angelege

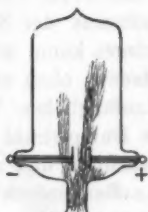
1) E. Wiechert, Arch. Néerland. 5. p. 549. 1900.

2) J. Stark, Physik. Zeitschr. 4. p. 412. 1903.

Elektrodenspannung durch ihn einen elektrischen Strom zu senden; dieser ist bei rötlich-weißer Färbung des Dampfstrahles stärker als bei grünlicher Färbung. *In beiden Fällen sind daher im Dampfstrahl Ionen vorhanden, aber mehr bei Überwiegen des Linien- als bei Überwiegen des Bandenspektrums.*

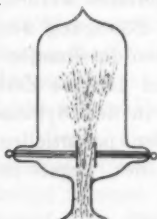


Ohne Feld.
Fig. 6.

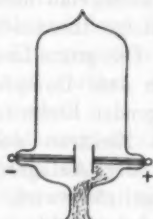


Mit Feld
Fig. 7.

negativen Elektronionen, sowie an die Plattenelektroden Spannung gelegt wird. Diese Folgerung bestätigt nun in der Tat der Versuch. *Kommt der rötlich-weiße Dampfstrahl aus dem Lichtbogen (Fig. 6 und 7), so wird er von der Plattenkathode ab-*



Ohne Feld
Fig. 8.



Mit Feld
Fig. 9.

Sind nun nach unserer Hypothese die Träger des Linienspektrums positive Atomionen, die im Dampfstrahl durch den Stoß negativer Elektronionen neu zum Leuchten erregt werden, so muß das rötlich-weiße Leuchten in der Nähe der Kathode verschwinden infolge der Fortführung der lichterregenden

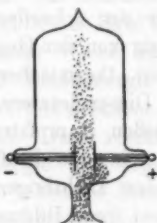
gestoßen, um so mehr, je weniger intensiv er ist; kommt er aus der negativen Glimmschicht des Glimmstromes mit sehr kleiner Leuchtintensität und Ionisation, so wird er durch das elektrische Feld zwischen den Plattenelektroden vollständig ausgelöscht (Figg. 8 u. 9).

Ist nach unserer Hypothese der Träger des Bandenspektrums das System positives Restatom-negatives Elektron, so dürfen die mit dem Bandenspektrum leuchtenden Teilchen unseres grünen Dampfstrahles durch ein elektrisches Feld nicht beeinflusst werden. Denn erstens ist die elektrische Gesamtladung des Trägers Null, zweitens erfolgt die Energiezufuhr unabhängig von der Gegenwart eines elektrischen Feldes und von außen stoßender Teilchen, sie kommt aus dem Vorrat von potentieller Energie des Systems selbst. Diese Folgerung be-

stärkt der Versuch ebenfalls. Kommt der überwiegend grüne, dabei ein wenig rötlich-weiße Dampfstrahl aus der positiven Lichtsäule des Glimmstromes, so wird das rein grüne Leuchten des Bandenspektrums von dem elektrischen Feld der Plattenkathode nicht im mindesten beeinflusst, während das rötlich-weiße Leuchten aus ihm nach der Anode abgelenkt wird (Figg. 10 u. 11). Das elektrische Feld trennt auf diese Weise das Banden- und Linienpektrum,



Ohne Feld
Fig. 10.



Mit Feld
Fig. 11.

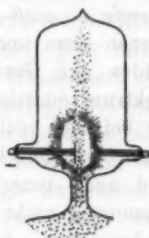


Fig. 12.

reinigt den grünen Dampfstrahl von dem beigemischten rötlichen Leuchten. Macht man die Plattenkathode in dem Ansatzgefäß neben einer Quecksilberelektrode zur zweiten Kathode des Glimmstromes, so bildet sich um sie herum ein Kathodendunkelraum aus (Fig. 12); durch ihn bläst in reiner grüner Farbe unabgelenkt der Dampfstrahl, der aus der positiven Lichtsäule des Glimmstromes in der Röhre kommt.

§ 14. *Folgerung über die Ionisierung als Vorbedingung des Leuchtens der Gase.* — In einem früheren Artikel des Verfassers¹⁾ ist folgender Satz enthalten: „Wenn eine spezifische Art des elektrischen Leuchtens der Gase (Linienpektrum) bei der Ionisierung durch den Stoß negativer Elektronen zustande kommt, so muß bei der Erregung dieses Leuchtens für die kinetische Energie der negativen Elektronen ebenso ein Schwellenwert, ja der gleiche Schwellenwert (Ionisierungsspannung) existieren wie bei der Ionisierung durch Stoß.“ Dieser Satz soll im Nachstehenden erläutert und ergänzt werden.

Zur Ionisierung eines Atoms muß die kinetische Energie des stoßenden Elektronions oberhalb eines gewissen Minimums

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 5. p. 57. 1904.

(Schwellenwert, Ionisierungsspannung) liegen. Insofern durch die Ionisierung ein positives Atomion unter gleichzeitiger starker Erschütterung seiner Elektronen entsteht, muß die Ionisierung nach unserer Hypothese von einer Emission des Linienspektrums begleitet sein, so lange das positive Atomion dem Einfluß eines sich anlagernden negativen Elektrons entzogen ist. Sind aber einmal positive Atomionen vorhanden, so können sie durch Zusammenstoß neu zum Leuchten erregt werden, ohne daß die stoßende Energie so groß ist wie der Schwellenwert für Ionisierung; sie können dann unabhängig von der Gegenwart eines elektrischen Feldes auf Grund rein thermischer Bewegung das Linienspektrum emittieren. Dieser letztere Fall liegt beispielsweise vor bei dem rötlich-weißen Dampfstrahl, der aus dem Lichtbogen des Quecksilbers in das kräftefreie Ansatzgefäß tritt. Und auch innerhalb des Lichtbogens werden die positiven Atomionen nicht nur bei ihrer Bildung aus neutralen Atomen, sondern auch darauf durch Stöße geringerer Intensität zur Emission des Linienspektrums veranlaßt.

In jedem Falle aber besteht nach unserer Hypothese über die Träger der Spektren die Vorbedingung für das Auftreten des Linienspektrums darin, daß in dem betrachteten Volumenelement positive Atomionen vorhanden sind. Immer wenn also ein Gas das Linienspektrum zeigt, muß es auch elektrisch leitend sein. Dies gilt nicht bloß für das elektrische Leuchten, sondern allgemein, z. B. für die Lichtemission von Salzdämpfen in der Bunsenflamme. In der Tat fallen in der elektrischen Strömung die Stellen maximaler Emission mit den Stellen maximaler Ionisation zusammen, und verringert man in leuchtenden Salzdämpfen die Lichtemission durch Einführung gewisser oxydierender Dämpfe, so nimmt nach Tufts¹⁾ gleichzeitig auch die Ionisation des Metaldampfes ab. Auf den innigen Zusammenhang zwischen Leuchten und Ionisierung der Gase ist bereits von Arrhenius²⁾ aufmerksam gemacht worden.

Insofern das Bandenspektrum bei der Wiedervereinigung der Ionen, bei der Rückbildung des Systems positives Restatom-negatives Elektron zum neutralen Atom zustande kommt,

1) F. L. Tufts, Physik. Zeitschr. 5. p. 157. 1904.

2) Sv. Arrhenius, Wied. Ann. 32. p. 545. 1887.

ist die Emission des Bandenspektrums eine Begleiterscheinung der Ionisation. Aber es brauchen in dem Volumenelement, welches das Bandenspektrum emittiert, nicht notwendig Ionen vorhanden zu sein; dies ist beispielsweise in den obigen Versuchen bei dem rein grünen Dampfstrahl im elektrischen Felde der Fall. Ferner zeigt das Element, dessen Atome ionisiert werden, im allgemeinen neben dem Linien- das Bandenspektrum, aber es kann ein Element das Bandenspektrum zeigen, ohne daß seine Atome in beträchtlicher Zahl ionisiert werden. Dieser Fall läßt sich in folgender Weise realisieren. Man mischt einem Gase mit kleiner Ionenenergie wie Wasserstoff oder Quecksilberdampf ein Gas mit größerer Ionenenergie wie Stickstoff in kleiner Menge bei. Dann reicht in der positiven Lichtsäule die kinetische Energie der negativen Elektronen wohl aus, um die Atome mit kleinerer Ionenenergie zu ionisieren; dagegen werden die Stickstoffatome nur erschüttert, nicht ionisiert; das so erschütterte, nahezu, aber nicht ganz ionisierte neutrale Stickstoffatom können wir auffassen als ein System positives Restatom—negatives Elektron, welches das Bandenspektrum emittiert.

§ 15. *Folgerung über die Emission und Absorption der Gase im neutralen Zustand.* — Der Träger des Bandenspektrums, das System positives Restatom—negatives Elektron, durchläuft bei seiner Umbildung zum neutralen Atom eine ganze Reihe von chemisch verschiedenen Zuständen, entsprechend den verschiedenen Abständen des sich anlagernden negativen Elektrons. Dieser Reihe zeitlich aufeinander folgender Zustände entspricht eine zeitliche Reihenfolge der Linien des Bandenspektrums, das einzelne das Bandenspektrum emittierende Teilchen strahlt also gleichzeitig nicht sämtliche Linien des Bandenspektrums aus, sondern zeitlich hintereinander. Wie die Zustandsänderung im System positives Restatom—negatives Elektron in der Herstellung des neutralen Atoms endigt, so endigt auch die gleichzeitig emittierte Strahlung, das Bandenspektrum, in der Herstellung des Spektrums des neutralen Atoms. Es erhebt sich die Frage, ob hierbei die Strahlung überwiegend in das ultraviolette oder das ultrarote Gebiet läuft. Diese Frage kann vorderhand nur vermuthungsweise in folgender Weise beantwortet werden. Infolge der Anlagerung des negativen Elektrons werden unter Verwandlung

potentieller Energie die Kräfte, welche die Elektronen aneinander binden, größer; infolgedessen wird die Periode ihrer Schwingungen kleiner. *Demnach besitzen die Perioden der Elektronen im neutralen Atom im allgemeinen kleinere Werte als im positiven Atomion*; liegen die Spektrallinien des positiven Atomions (Linienspektrum) im sichtbaren Gebiet, so liegen die entsprechenden Spektrallinien des neutralen Atoms überwiegend im Ultraviolett. *Wie das positive Atomion und das neutrale Atom in spektralanalytischer Hinsicht voneinander verschieden sind, so dürfen wir auch chemische Unterschiede zwischen ihnen erwarten.* Durch die Ionisierung werden also die optischen und chemischen Eigenschaften eines Gases geändert.

Hieraus ergeben sich wichtige Folgerungen. Ein elementares Gas kann die Linien, welche im ionisierten Zustand seine positiven Atomionen ausstrahlen, im nicht ionisierten Zustand nicht absorbieren; seine Absorption kann dann nur durch die neutralen Atome bestimmt werden, und wie deren Emission, so liegt auch deren Absorption überwiegend im Ultraviolett. Diese Folgerung wird in der Tat durch die Erfahrung bestätigt.

Vermeidet man die Ionisierung der Atome eines Gases, erschüttert sie aber durch den Stoß negativer Elektronen mit steigender Intensität, so bildet man ausgehend von dem Zustand des neutralen Atoms die Reihe der Zustände aufwärts bis zu dem eben noch existenzfähigen Zustand maximaler potentieller Energie des Systems positives Restatom—negatives Elektron. Hierbei muß dann gleichzeitig mit der steigenden Intensität des Stoßes, also mit der Verschiebung des Zustandes unserer strahlenden Systeme die Emission des Bandenspektrums aus dem ultravioletten in das sichtbare Gebiet rücken; *von dem Bandenspektrum müssen also bei allmählicher Entwicklung zuerst die stärker brechbaren Teile sichtbar werden.* Auch diese Folgerung bestätigt sich am Bandenspektrum des Stickstoffs. In einem Gemisch von viel Wasserstoff und wenig Stickstoff werden nämlich in der positiven Lichtsäule hauptsächlich nur Wasserstoffatome ionisiert; die Stickstoffatome werden wegen ihrer größerer Ionenenergie durch den Stoß der negativen Ionen nur der Ionisierung nahe gebracht. Wie nun Lengyel¹⁾,

1) B. v. Lengyel, Lit.-Ber. aus Ungarn 48. p. 177. 1878.

Crookes¹⁾ und Berndt²⁾ fanden, erscheinen bei abnehmendem Druck eines solchen Gemisches neben dem Wasserstoffspektrum zunächst nur die violetten und dann erst die blaugrünen Teile des Bandenspektrums des Stickstoffs.

§ 16. *Vergleich der chemischen Elemente hinsichtlich ihrer Fähigkeit das Linien- und Bandenspektrum zu liefern.* — J. J. Thomson³⁾ vertritt die Ansicht, daß für alle chemischen Elemente gleich viele Energie zur Abtrennung eines negativen Elektrons notwendig ist. Demgegenüber hat der Verfasser⁴⁾ die Hypothese aufgestellt, daß die Ionenenergie für den gasförmigen Zustand von Element zu Element verschieden und eine charakteristische Konstante für eine jede chemische Atomart ist. Er zeigte, daß sich eine Reihe von Tatsachen auf Grund seiner Hypothese befriedigend erklären lassen. Er bestimmte⁵⁾ das Minimum von kinetischer Energie, welches die negativen Elektronen eben zur Ionisierung durch Stoß befähigt, für Stickstoff zu 27 Volt, für Quecksilberdampf nach neueren Versuchen zu 8 Volt. Auch in spektralanalytischer Hinsicht wird das verschiedene Verhalten der chemischen Elemente auf Grund der von dem Verfasser vertretenen Theorie verständlich.

Je größer die Ionenenergie eines chemischen Elementes ist, desto größer kann in dem System positives Restatom-negatives Elektron die relative kinetische Energie werden, ohne daß die Existenz des Systems unmöglich wird; desto größer kann also die mittlere Temperatur des Gases oder die Geschwindigkeit der stoßenden ionisierenden Elektronen werden. *Je größer darum die Ionenenergie eines Elementes ist, desto länger kann bei steigender mittlerer Temperatur das Bandenspektrum bestehen; desto höher muß die mittlere Temperatur oder die Geschwindigkeit der negativen Elektronen werden, damit das Linienspektrum das Bandenspektrum an Intensität überwiegt.* In der Tat überwiegt bei Quecksilber das Linienspektrum schon bei der Temperatur der Rotglut; dagegen ist das Banden-

1) W. Crookes, Electrician 48. p. 703, 709. 1902.

2) G. Berndt, Ann. d. Phys. 12. p. 1101. 1903.

3) J. J. Thomson, Conduction of electricity through gases, p. 251. Cambridge 1903.

4) J. Stark, Physik. Zeitschr. 3. p. 403. 1902.

5) J. Stark, l. c. 5. p. 51. 1904.

spektrum des Stickstoffs bei dieser Temperatur noch intensiv; das Linienspektrum des Stickstoffs ist nur durch sehr starke Kondensatorentladungen zu erhalten. Noch kleiner als für Quecksilber ist für die Alkalien die Ionenenergie. Von diesen ist darum bereits in der Bunsenflamme das Bandenspektrum neben dem Linienspektrum nicht mehr wahrzunehmen. Das Bandenspektrum der Alkalien dürfte wahrscheinlich nur im reinen stark verdünnten Dampf derselben durch einen sehr schwachen Glimmstrom sichtbar zu machen sein. Und selbst dann dürfte nur eine geringe Intensität zu erzielen sein. Die Größe der Ionenenergie bestimmt nämlich nicht nur die Höhe der Temperatur, bei welcher das Linienspektrum intensiv wird, sondern selbst *unter der Voraussetzung gleicher Zahl der Systeme positiven Restatom-negatives Elektron ist die Intensität des Bandenspektrums für dasjenige Element größer, welches die größere Ionenenergie besitzt, so z. B. für Stickstoff intensiver als für Quecksilber.* Im Bandenspektrum kommt ja nach unserer Hypothese, abgesehen von der von außen durch Stoß aufgenommenen kinetischen Energie, in allen Fällen, ganz oder zum Teil, die potentielle Ionenenergie, nämlich die potentielle Energie des Systems positives Restatom-negatives Elektron, zur Ausstrahlung. Je größer darum die Ionenenergie ist, desto größer ist unter sonst gleichen Umständen die Intensität des Bandenspektrums.

Die Verschiedenheit der Ionenenergie der chemischen Elemente spielt auch eine wichtige Rolle bei dem elektrischen Leuchten gemischter Gase.¹⁾ Der Druck des Gasgemisches sei niedrig, die Stärke des Glimmstromes sei klein, die mittlere Temperatur des Gases sei also niedrig; wir betrachten das Leuchten der positiven Lichtsäule. Zuerst sei ein Gas von kleiner Ionenenergie vorhanden, etwa Quecksilber; wir nehmen dann das Banden- und Linienspektrum wahr. Mischen wir in steigender Menge allmählich ein Gas mit größerer Ionenenergie bei, etwa Stickstoff, so nimmt die Intensität des Bandenspektrums des Quecksilbers an Intensität im Vergleich zum Linienspektrum ab, während zunächst Stickstoff kein Leuchten

1) Litt.: H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie 1. p. 245; 2. p. 249. Leipzig 1900 u. 1902; G. Berndt, Ann. d. Phys. 12. p. 1101. 1903; E. Waetzmann, Diss. Breslau 1904.

gibt. Wächst seine Menge noch weiter, so tritt das Bandenspektrum des Quecksilbers noch weiter zurück, dafür erscheinen zunächst die violetten, dann die weniger brechbaren Teile vom Bandenspektrum des Stickstoffs. Geht man umgekehrt vom Stickstoff aus und mischt ihm in wachsender Menge Quecksilberdampf bei, so verschwinden erst die weniger brechbaren Teile des Bandenspektrums von Stickstoff, während die Quecksilberlinien erscheinen; schließlich sind diese zusammen mit dem Bandenspektrum des Quecksilbers allein sichtbar, indem das Stickstoffspektrum unterdrückt bleibt. Je größer nämlich der Anteil des Quecksilberdampfes an dem Gemisch ist, desto kleiner wird der Spannungsabfall in der positiven Lichtsäule, desto kleiner kann die kinetische Energie der negativen Elektronen werden infolge der kleineren Ionenenergie des Quecksilbers. Umgekehrt erhöht die Zufügung von Stickstoff zu Quecksilberdampf die elektrische Temperatur in der positiven Lichtsäule (vgl. I. Teil, § 7). In der negativen Glimmschicht, wo die negativen Elektronen größere Geschwindigkeiten besitzen, kann das Stickstoffspektrum länger sichtbar bleiben als in der positiven Lichtsäule.

§ 17. *Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes für das Bandenspektrum.* — Wie in dem ersten Teile dargelegt worden ist, gilt das Kirchhoffsche Gesetz für elektrisch und chemisch leuchtende Gase vor allem aus dem Grunde nicht, weil die Verteilung der Geschwindigkeiten an die stoßenden lichterregenden Ionen nicht der Voraussetzung des Kirchhoffschen Gesetzes entspricht, nicht dem Maxwell-Boltzmannschen Verteilungsgesetz gehorcht. Nachdem wir nun in diesem zweiten Teile bestimmte Vorstellungen über die Entstehung des Bandenspektrums gewonnen haben, können wir die früheren Ausführungen noch durch folgende ergänzen.

Die Anwendbarkeit des Kirchhoffschen Gesetzes schließt aus, daß infolge der Emission der chemische Zustand der leuchtenden Teilchen sich ändere; so gilt es nicht für die Phosphoreszenz. Da die Emission des Bandenspektrums durch eine chemische Umlagerung, nämlich durch die Bildung des neutralen Atoms aus dem System positives Restatom-negatives Elektron zustande kommt, so kann das Kirchhoffsche Gesetz auf das elektrische Bandenspektrum der Gase nicht

angewandt werden. Die Emission des Bandenspektrums ist der Phosphoreszenz bei einer langsamen chemischen Umwandlung an die Seite zu stellen.

(Bemerkung bei der Korrektur. Über die Fortsetzung der vorliegenden Untersuchung an Stickstoff und Wasserstoff sowie über die Entstehung des Serienspektrums von Wasserstoff (positiven Wasserstoffionen) bei der elektrischen Dissozierung von Wasserdampf wird eine kurze Mitteilung des Verf. in den Berichten der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften erscheinen.)

Göttingen, 1. Mai 1904.

(Eingegangen I. Teil 29. April, II. Teil 17. Mai 1904.)

4. Das elektromagnetische Feld in der Umgebung eines linearen Oszillators; von F. Hack.

In seiner Arbeit „Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwellschen Theorie“¹⁾ hat Hertz das elektromagnetische Feld in der Umgebung eines Dipols und den Verlauf der von dem Sender ausgehenden Kraftlinien für verschiedene Stadien der Schwingungen untersucht. Das Ergebnis der Rechnung ist durch übersichtliche Zeichnungen erläutert, welche namentlich das Abschnüren der Kraftlinien verdeutlichen.

Durch die Versuche über drahtlose Telegraphie ist nun aber der stabförmige Oszillator in den Vordergrund getreten. Die diesbezüglichen Untersuchungen sind von Hrn. Abraham²⁾ analytisch vollständig durchgeführt worden und zwar für den Fall gedämpfter Schwingungen.

Wenn nun auch der Fall ungedämpfter Schwingungen zunächst eine physikalisch nicht erreichbare Abstraktion vorstellt, so ist es doch einerseits zum Vergleich mit den Hertzschen Resultaten, andererseits mit Rücksicht auf praktische Bedürfnisse vielleicht nicht ganz ohne Interesse, diesen Grenzfall zu untersuchen.

Im Hinblick auf diese Verhältnisse habe ich versucht, an der Hand der von Hrn. Abraham³⁾ aufgestellten Gleichungen den Verlauf der Kraftlinien in der Umgebung eines stabförmigen Senders zu ermitteln; die Resultate sind in einigen Zeichnungen dargestellt.

1) H. Hertz, Wied. Ann. 36. p. 1 ff. 1889 oder „Ges. Abhandlg.“ II. p. 147–161. 1894. Das Bild der Kraftlinien bei Hertz und die Diskussion derselben ist im folgenden als bekannt vorausgesetzt.

2) M. Abraham, Wied. Ann. 66. p. 435 ff. 1898.

3) Vgl. p. 545 f.

Ich füge noch hinzu, daß neuerdings von Hrn. Fleming¹⁾ die einschlägigen Fragen berührt worden sind; jedoch gibt er nicht an, auf Grund welcher Berechnungen er seine Kraftlinien gezeichnet hat. Mit den Abrahamschen Gleichungen stimmen sie nicht überein. Ich gestatte mir auch die Bemerkung, daß ich damit beschäftigt bin, wenigstens für die Grundschiwingung den Verlauf der Kraftlinien bei vorhandener Dämpfung zu untersuchen.

Hr. Abraham vollzieht die Integration der Maxwell'schen Gleichungen für den Fall des stabförmigen Erregers, dem er die Gestalt eines Rotationsellipsoids gibt. Um die Form des Feldes zu erkennen, genügt es, eine Meridianebene zu betrachten; in dieser wird ein System elliptischer Koordinaten (Ellipsen $x = \text{konst.}$, Hyperbeln $y = \text{konst.}$) verwendet; der Verlauf der Kraftlinien wird durch eine Beziehung zwischen x und y dargestellt.

In den Gleichungen des Hrn. Abraham sind x und y die halben Hauptachsen der in der Meridianebene liegenden Ellipsen und Hyperbeln; Längeneinheit ist dabei die lineare Exzentrizität des als Rotationsellipsoid gedachten Oszillators.

Behält man die Bezeichnungen, wie sie von Hrn. Abraham benutzt sind, bei, so erkennt man sofort, daß die von ihm mit $A(x, y)$ bezeichnete Funktion:

$$A(x, y) = E(y) \cdot \bar{H}(x)$$

unmittelbar auf die Kraftlinien führt; denn sind X, Y die Komponenten der elektrischen Kraft und ist

$$f(x, y) = C \quad (C \text{ Parameter})$$

die Gleichung einer Kraftlinie, so muß bei den von Hrn. Abraham eingeführten orthogonalen Koordinaten

$$\frac{X}{Y} = \frac{\frac{dx}{dy}}{\frac{dy}{dx}} = - \frac{V \frac{\partial f}{\partial y}}{U \frac{\partial f}{\partial x}}$$

sein.

1) J. A. Fleming, Cantor Lectures on Hertzian Wave Telegraphy, Engineering 1903; vgl. auch Prasch, „Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie“ in der Sammlung elektrotechnischer Vorträge von Voit 5. p. 151 ff. 1903.

Es ist aber¹⁾

$$\frac{X}{Y} = - \frac{V \cdot \frac{\partial A}{\partial v}}{U \cdot \frac{\partial A}{\partial w}} = - \frac{V \cdot \frac{\partial A}{\partial y}}{U \cdot \frac{\partial A}{\partial x}},$$

da $u \equiv x$ und $v \equiv y$ gewählt wurde. Infolgedessen können sich die Funktionen A und f nur um eine additive oder multiplikative Konstante unterscheiden.

Da ferner nach den Gleichungen des Hrn. Abraham mit verschwindender Dämpfung der Schwingungen auch die Stabdike verschwindend klein wird, so ist in unseren Zeichnungen das Rotationsellipsoid in eine vertikale Strecke übergegangen, deren Endpunkte die Brennpunkte des Systems konfokaler Kurven sind.

Es bietet nun in den hier behandelten Fällen die Konstruktion der Kraftlinien keine Schwierigkeit; ist nämlich

$$A(x, y) = C$$

die Gleichung einer Kraftlinie, so berechnet man für eine hinreichende Anzahl von Punkten der Meridianebene den Wert der Funktion $A(x, y)$ und findet dann durch Interpolation leicht diejenigen Stellen der Zeichnungsebene, an welchen $A(x, y) = C$ ist; das Verfahren ist das gleiche, wie es die Topographie bei Konstruktion der Höhenkurven anwendet.

Daß sich Proben und Abkürzungen ergeben, bedarf keiner weiteren Ausführung. Wenden wir uns nun zu einer kurzen Besprechung der Zeichnungen.

1. Das durch die Grundschiwingung ($n=1$) hervorgebrachte Kraftliniensystem ist in Figg. 1—4 zur Anschauung gebracht.

Die Kraftlinien sind hier durch die Beziehung²⁾

$$\cos \frac{\pi y}{2} \cos \frac{\pi (ct - x)}{2} = C_1$$

dargestellt; die Wellenlänge ist $\lambda_1 = 4$. Man sieht nun aus den Figuren, wie aus dem Sender zunächst keine Kraftlinien austreten, sodann die Anzahl der austretenden Kraftlinien zu-

1) l. c. p. 442. Gleichung (10b).

2) Die aus den Abrahamschen Gleichungen für $s = 0$ leicht abzuleiten ist.

nimmt; sobald $t > 1/c$ geworden ist, beginnen Kraftlinien sich abzuschneiden und in den Raum hinauszuwandern.

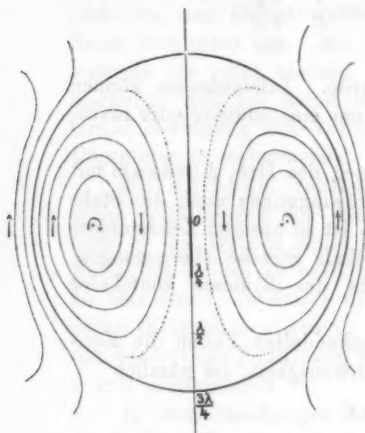


Fig. 1. $t = 0$.

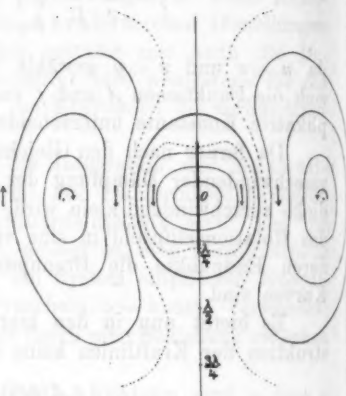


Fig. 2. $t = \frac{1}{2c}$.

Die Zeichnungen beziehen sich auf die Stadien

$$t = 0, \quad t = \frac{1}{2c}, \quad t = \frac{1}{c}, \quad t = \frac{3}{2c},$$

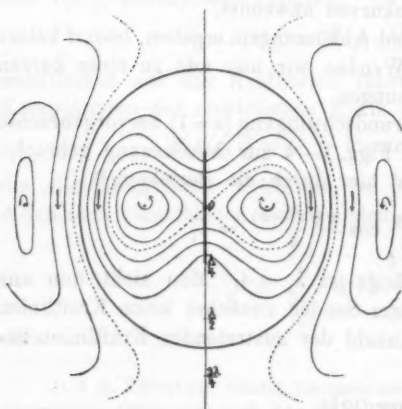


Fig. 4. $t = \frac{3}{2c}$.

sie gelten aber auch für alle ganzzahligen Vielfachen von $1/2c$, nur hat man die Pfeile an den Kurven und die Vorzeichen von C_1 entsprechend abzuändern; so ist die Figur, welche auf Fig. 4 folgen müßte, identisch mit Fig. 1, wenn man in Fig. 1 die Richtung aller Pfeile umkehrt.

Das ganze Bild entspricht fast genau dem von Hertz ent-

worfenen, so daß also, von der unmittelbarsten Umgebung des Senders abgesehen, die Form der Kraftlinien beinahe ganz dieselbe bleibt; in größerer Entfernung sind die Ellipsen von Kreisen kaum verschieden.

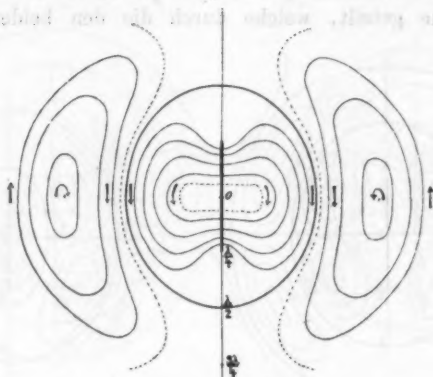


Fig. 3. $t = \frac{1}{c}$.

2. Betrachten wir weiter den Fall der ersten Oberschwingung ($n = 2$) als typisch für den Fall aller ungeradzahligten Oberschwingungen. Die Gleichung der Kraftlinien lautet hier:

$$\sin \pi y \sin \pi (c t - x) = C_2.$$

Die Wellenlänge ist $\lambda_2 = 2$; die Zeichnungen sind für die Stadien

$$t = 0, \quad t = \frac{1}{4c}, \quad t = \frac{1}{2c}, \quad t = \frac{3}{4c}$$

ausgeführt (Figg. 5—8). Die Äquatorebene, in der überall und zu allen Zeiten $C_2 = 0$ ist, scheidet das Feld in zwei symmetrische Hälften; zu keiner Zeit wird diese Trennungsebene durch Kraftlinien durchsetzt¹⁾. Das Abschnüren der Kraftlinien beginnt mit $t > 1/2c$; von $t = 1/c$ an wiederholt sich die Form des Feldes.

3. Die zweite Oberschwingung ($n = 3$) wird durch die Figg. 9—12 veranschaulicht entsprechend den Zeiten

$$t = 0, \quad t = \frac{1}{6c}, \quad t = \frac{1}{3c}, \quad t = \frac{1}{2c}.$$

1) Vgl. M. Abraham, l. c. p. 465 ff.

Die Kraftlinien sind durch

$$\cos \frac{3\pi y}{2} \cos \frac{3\pi}{2} (ct - x) = C_3$$

gegeben; die Wellenlänge ist $\lambda_3 = \frac{1}{3}$. Hier ist das Feld in drei Räume geteilt, welche durch die den beiden Werten

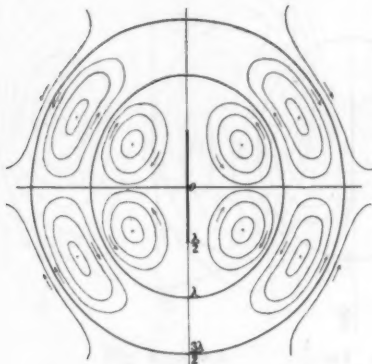


Fig. 5. $t = 0$.

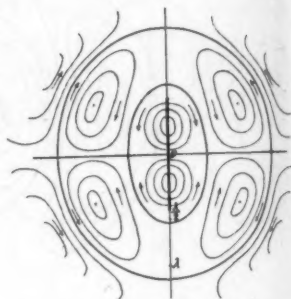


Fig. 6. $t = \frac{1}{4c}$.

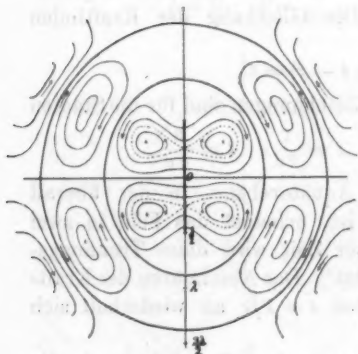


Fig. 8. $t = \frac{3}{4c}$.

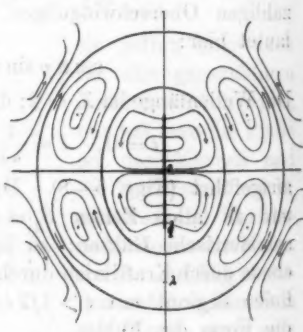


Fig. 7. $t = \frac{1}{2c}$.

$y = \pm \frac{1}{3}$ entsprechenden Mäntel eines zweischaligen Drehungs-
hyperboloids voneinander getrennt werden; das Abschnüren

von Kraftlinien beginnt mit $t > 1/3 c$; von $t = 2/3 c$ an wiederholt sich die Form des Feldes.

Es dürfte hieraus auch das Verhalten aller ungeradzahligten Oberschwingungen ersichtlich sein. —

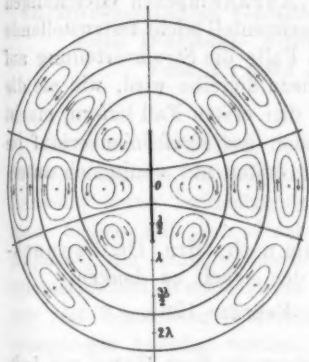


Fig. 9. $t = 0$.

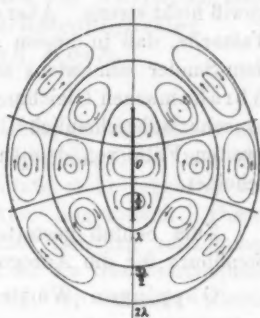


Fig. 10. $t = \frac{1}{6c}$.

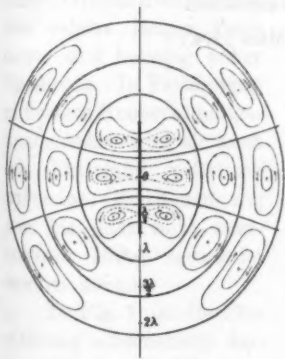


Fig. 12. $t = \frac{1}{2c}$.

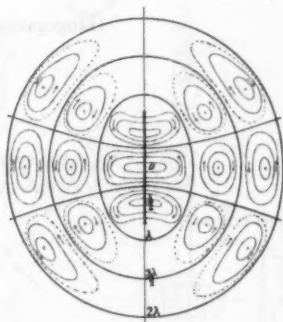


Fig. 11. $t = \frac{1}{3c}$.

Nach den Gleichungen von Abraham kann eine extrem geringe Dämpfung, wie sie im vorhergehenden vorausgesetzt wurde (bei vorgegebener Länge des Senders), nur dadurch hergestellt werden, daß man den Radius derselben extrem klein

macht. Praktisch läßt sich aber der Fall sehr geringer Dämpfung bei *beliebigem* Drahradius dadurch realisieren, daß man einen abgestimmten Kondensatorkreis mit dem Sender lose koppelt und demselben fortgesetzt Energie zuführt.¹⁾ Für diesen zweiten Fall gelten die Abrahamschen Gleichungen gewiß nicht streng. Aber die experimentell leicht festzustellende Tatsache, daß in diesem zweiten Falle die Stromverteilung auf dem Sender mindestens sehr nahezu dieselbe wird, wie sie die Abrahamschen Gleichungen für den ersten Fall liefern, macht es sehr wahrscheinlich²⁾, daß auch der Kraftlinienverlauf im zweiten Falle von demjenigen im ersten nur wenig sich unterscheidet.

Zum Schluß gestatte ich mir noch, Hrn. Dr. Zenneck-Straßburg für die Anregung zu der Arbeit zu danken.

Göppingen (Württemberg), Februar 1904.

1) Vgl. F. Braun, Drahtlose Telegraphie durch Wasser und Luft. Leipzig 1901.

2) Insbesondere auch im Hinblick auf das von M. Abraham in Physik. Zeitschr. 2. p. 329—334. 1900 Ausgeführte.

(Eingegangen 18. März 1904.)

**5. Über eine Einrichtung zur Erzeugung
hochgespannten Gleichstromes im Anschluß an
eine Wechsel- oder Gleichstromquelle;
von Franz Joseph Koch.**

In allen den Fällen, in denen Hochspannungsbatterie und Influenzmaschine hinsichtlich der Spannungshöhe und der Leistung keine befriedigenden Resultate mehr ergeben, war man bisher auf den Funkeninduktor angewiesen. Dieser Apparat, der einen hinsichtlich seiner Leistung vollkommen symmetrischen Wechselstrom liefert, ist als Gleichstromquelle nur mit besonderer Vorsicht und da, wo ruhende Gleichspannungen benötigt werden, überhaupt nicht zu gebrauchen.

Die nachstehend beschriebene Einrichtung liefert Gleichstromimpulse von relativ langer Zeitdauer und beliebig hoher Spannung. In Verbindung mit einem Hochspannungskondensator wird sie auch zur Erzielung praktisch ruhender Gleichspannung von bis jetzt wohl unerreichter Höhe verwendet werden können.

In Fig. 1 ist die Einrichtung schematisch dargestellt: An die Wechselstromquelle G ist die Primärspule des Hochspannungstransformators T unter Vorschaltung des variablen induktiven Widerstandes D und des ebenfalls veränderlichen Ohmschen Widerstandes R angeschlossen. Das Übersetzungsverhältnis des Hochspannungs-

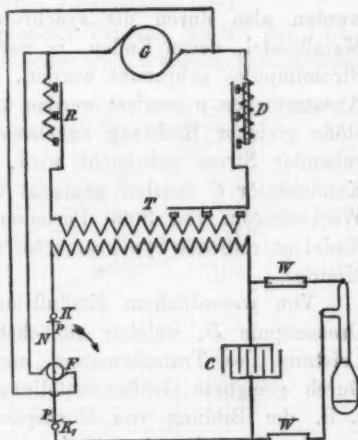


Fig. 1.

transformators kann durch Ab- und Zuschalten von Primärwindungen in ausreichendem Maße verändert werden. Die Gleichstromentnahme aus der Sekundärspule des Transformators wird durch eine sich hinsichtlich ihrer Länge synchron zur Netzphase ändernde Luftstrecke F bewirkt: Zwischen K und K_1 rotiert synchron zur Netzphase in der Pfeilrichtung oder umgekehrt die Nadel N derart, daß die zwischen den Kugeln K und K_1 liegende Luftstrecke ihren Höchstwert immer in den Augenblicken besitzt, in denen die nicht gewünschte Spannungsrichtung gerade ihren Scheitelwert einnimmt. Dagegen liegt die Nadel N in den Zeiten, in denen die Spannung gewünschter Richtung, also die Nutzspannung ihren Scheitelwert passiert, in der Richtung $K - K_1$, so daß sie in diesen Zeiten die zwischen den Elektroden K und K_1 liegende Luftstrecke bis auf 1—2 mm metallisch überbrückt. Die Entfernung zwischen den Messingkugeln K und K_1 ist derart bemessen, daß die maximale Sekundärspannung des Transformators sie in Luft nicht zu überschlagen vermag. Es werden also durch die synchron zur Netzphase rotierende Metallnadel, deren Enden, je nachdem längere oder kürzere Stromimpulse gebraucht werden, mit längeren oder kürzeren Ansatzstücken p armiert werden können, nur Hochspannungsschöße gleicher Richtung zugelassen, die direkt, oder wenn ruhender Strom gebraucht wird, in Verbindung mit einem Kondensator C nutzbar gemacht werden können. Bei einem Wechselstrom von 3000 Perioden pro Minute läuft der die Nadel antreibende Synchronmotor mit 1500 Umdrehungen pro Minute.

Von wesentlichem Einfluß auf die Einrichtung ist die Drosselspule D , welcher zunächst die Aufgabe zufällt, die Leistung des Transformators nach Wunsch zu begrenzen. Durch geeignete Größeneinstellung der Drossel D läßt sich z. B. die Bildung von Hochspannungslichtbogen im Hochspannungsweg derart unterdrücken, daß eine im Sekundärstromkreis liegende Luftstrecke geeigneter Länge durch einen Funkenstrom wechselnder Richtung überbrückt wird. Einen solchen Funkenstrom veranschaulicht Fig. 2. Die Frequenz des Funkenstromes ist gleich der Wechselzahl des Netzes. Die im Momente des Überschlagens des Sekundärfunkens auftretende

Gegenampèrewindungszahl der Sekundärspule bewirkt eine augenblickliche Herabsetzung der Induktanz der Primärspule und somit gewissermaßen ein Überspringen fast der gesamten Primärspannung auf die Klemmen der Drosselspule. Es fällt

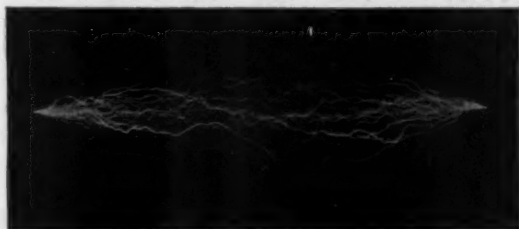


Fig. 2.

also die Leistung des Transformators während des Überschlages so erheblich ab, daß die Energie zur Aufrechterhaltung des durch den Funken eingeleiteten Lichtbogens fehlt.

Aus der in Fig. 3 gegebenen Tabelle, welche die Überschlagswerte für die verschiedenen Primärklemmenspannungen

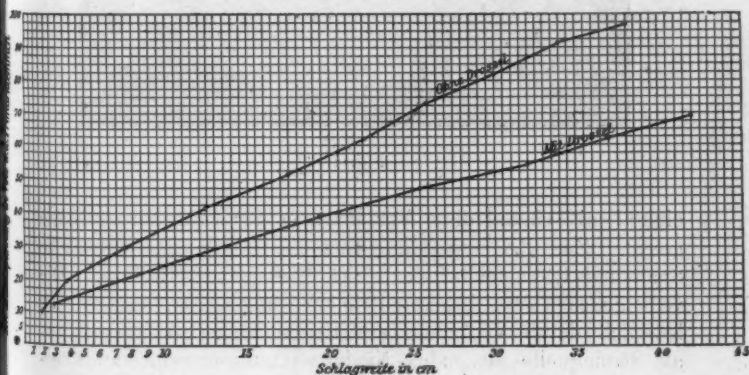


Fig. 3.

mit und ohne Drossel ersichtlich sind, geht hervor, daß die letztere außer der Leistungsbegrenzung noch eine erhebliche Steigerung der Scheitelspannungen herbeiführt. So erhält man

bei 70 Volt Klemmenspannung bei eingeschalteter Drosselspule sekundär einen Überschlag zwischen Spitzen von 42 cm in Luft, während bei der gleichen Primärklemmenspannung *ohne* Drosselspule zwischen den gleichen Spitzen nur eine Luftstrecke von knapp 25 cm überbrückt wird. Die in Fig. 3 angegebenen Werte wurden auf folgende Weise gefunden. Es wurde ein Hochspannungstransformator mit dem Übersetzungsverhältnis 1:1450 verwendet. Dieser Apparat wurde primär an einen Einphasentransformator von 6 Kilowatt Leistung, der an eine Phase des Chemnitzer Drehstromwerkes angeschlossen war, direkt ohne Einschaltung irgend eines Regulierwiderstandes,

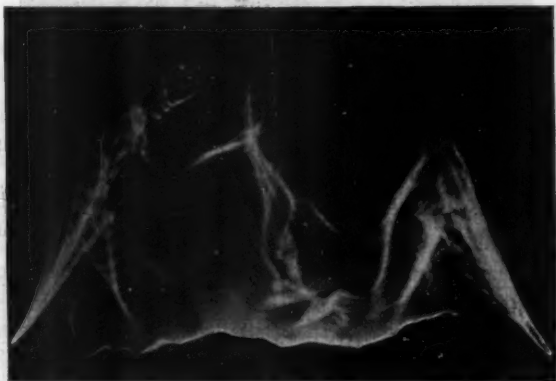


Fig. 4.

einmal mit, einmal ohne Vorschaltung der Primärdrosselspule gelegt. Zur Primärspannungsmessung diente das astatische Spannungsdynamometer der A.-G. Siemens & Halske. Die verschiedenen Transformator-Primärklemmenspannungen wurden lediglich durch Verändern des Übersetzungsverhältnisses des als Stromquelle dienenden Niederspannungstransformators erzielt. Die Schlagweiten wurden durch langsames gegenseitiges Nähern der an die Hochspannungsklemmen angeschlossenen Kegelspitzen von 46 mm Länge und 7 mm Basis gefunden, und zwar wurde bei Anwendung der Drosselspule die Spitzenentfernung gemessen, bei der die ersten Funkenentladungen

austraten. Bei ausgeschalteter Drosselspule wurde die Spitzenentfernung gemessen, bei der zufolge Strahlung zunächst das bekannte blaue Lichtband und zwei bis drei Sekunden später der Hochspannungslichtbogen zwischen den Spitzen auftrat. Unmittelbar nach dem Überschlagen des ohne Drosselspule auftretenden Hochspannungsbogens, von dem Fig. 4 eine photographische Aufnahme gibt, wurde der Strom primär unter-



Fig. 5.

brochen, um ein Abschmelzen der Sicherungen zu verhindern. Wie außerordentlich die Überschlagswerte von der Stromform abhängen, bestätigt die Tatsache, daß zuzeiten geringer Netzbelastung, in denen zufolge der mehr ins Gewicht fallenden



Fig. 6.

Kabelkapazität die Oberströme stärker ausgebildet sind, die Überschlagswerte wesentlich höher liegen, als in den Zeiten starker Netzbelastung. In welcher Weise die Drosselspule die Stromform im Primärkreis beeinflußt, zeigen die durch photographische Aufnahmen fixierten Strom- und Spannungsformen:

Fig. 5: Primäre Stromform ohne Anwendung der Drossel.

Fig. 6: Primäre Stromform bei Anwendung der Drossel bei schwach belastetem Netz.

Fig. 6a: Primäre Stromform bei Anwendung der Drossel bei stark belastetem Netz.

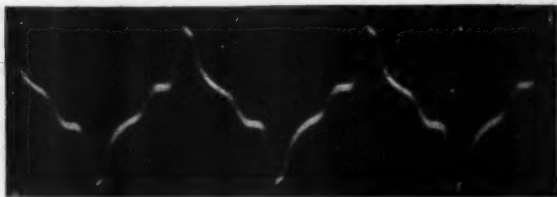


Fig. 6a.

Fig. 7: Zeitlicher Verlauf der Klemmenspannung an der Primärspule des Hochspannungstransformators bei Anwendung der Drosselspule.

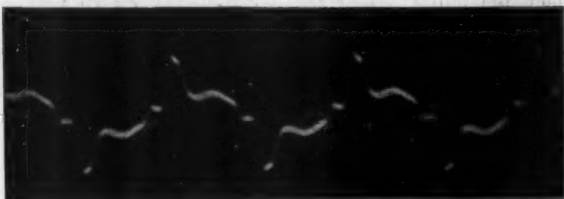


Fig. 7.

Zu den aufgenommenen Kurven sei hier kurz folgendes bemerkt: Die mehr oder weniger stark hervortretenden Oberströme sind einmal auf die jeweilig bestehende Netzstromform, die sich mit der Netzbelastung ändert, zurückzuführen, zum anderen sind sie durch die Kapazität der überaus zahlreichen Sekundärwindungen gegeneinander und gegen die Primärspule verursacht. Bei allen Aufnahmen war der Hochspannungstransformator sekundär offen, also unbelastet. Bei auch nur ganz geringer Sekundärbelastung des Transformators erfolgt eine erhebliche Dämpfung der Oberschwingungen. Von einer Aufnahme der primären Stromformen bei belasteter Sekundär-

spule mußte mit Rücksicht auf die Inkonstanz sehr hoher, sich schnell erwärmender Widerstände abgesehen werden, um so mehr, als das gewählte Aufnahmeverfahren eine Expositions-
dauer von über 1 Minute erforderte, wenn die steil verlaufenden Kurventeile sichtbar werden sollten. Zur Anwendung gelangte die Braunsche Röhre und eine gewöhnliche Kamera, die direkt auf den schwingenden Lichtpunkt durch einen synchron rotierenden Spiegel eingestellt war.

Zur Erzielung hoher Scheitelwerte eignet sich am besten eine Drosselspule mit relativ geringem Eisenquerschnitt, so daß das Drosseleisen bis in den sich der Horizontalen nähern-



Fig. 8.

den Kurventeil magnetisiert wird. Aus den Stromkurven ist ersichtlich, wie die Drosselspule hauptsächlich in der Nähe der Abszissenachse wirkt und erst von den Augenblicken an ein schnelles Ansteigen des Stromes zuläßt, in denen das Knie der Magnetisierungskurve überschritten wird.

Fig. 8 zeigt den oberen Teil des sogenannten Hochspannungsgleichrichters mit freigelegter Aluminiumnadel im Betriebe. Der die Nadel antreibende Synchronmotor läuft mit Kunstphase an und verfällt selbsttätig in den gewünschten Halbsynchronismus. Der Motor ist zweipolig ausgeführt und

läuft bei 3000 Perioden mit 1500 Touren pro Minute. Der Leistungsverlust zufolge der an den Übergangsstellen auftretenden Funken und Lichtbogen ist selbst bei maximaler Belastung ein so geringer, daß die rotierende Nadel in eine allseitig geschlossene Hartgummitrommel eingebaut werden kann. Eine Abnutzung der Nadelenden oder der Kugelelektroden findet praktisch nicht statt.

Fig. 9 zeigt den Hochspannungstransformator in besonders gedrungener Ausführung in Verbindung mit den übrigen Teilen der Einrichtung. Um ein Übergehen der Spannung bei diesem kleinen Modell im Innern des Mantels zu vermeiden, wurde zwischen Mantel und Sekundärwicklung ein Zwischenraum

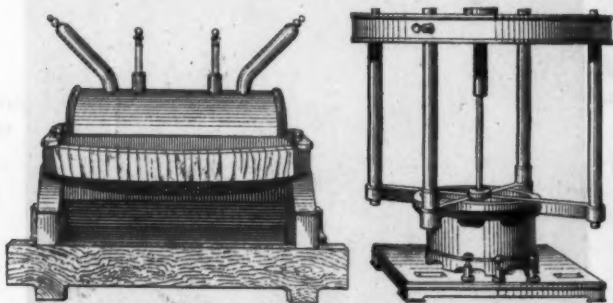


Fig. 9.

gelassen, der nach Auspumpen der Luft mit Paraffinöl angefüllt wurde. Ein größeres Modell für dieselbe Leistung ist nur mit festem Isoliermaterial angefertigt. Der Eisenweg ist unter Vermeidung jeglicher Stoßfugen geschlossen und der magnetische Widerstand derart niedrig gehalten, daß der induktive Spannungsabfall praktisch vernachlässigt werden kann. Das Übersetzungsverhältnis von 1:1450 läßt sich durch eine Umschalteneinrichtung auf 1:1200 und 1:1000 herabsetzen. Die Sekundärklemmen sind 40 cm voneinander entfernt und kugelig gestaltet. Ohne Drosselspule können Spannungen bis zu 140 000 Volt, mit Drosselspule bis zu 100 000 Volt erzeugt werden, ohne daß ein Überspringen der Wechselspannung zwischen den Kugelelektroden stattfindet.

Soll die Einrichtung im Anschluß an eine Gleichstromlichtleitung gebraucht werden, so empfiehlt sich die Anwendung eines Einanker-Gleichstrom-Wechselstromumformers, dessen vertikale Ankerwelle direkt mit der Welle des Hochspannungsgleichrichters gekuppelt ist. Der Synchronmotor zum Antrieb des Gleichrichters fällt dann weg.

Die Einrichtung kann auch derart ausgeführt werden, daß beide Hochspannungsrichtungen in gleicher Richtung nutzbar gemacht werden.

Zur Erzeugung von Röntgenstrahlen dürfte die Einrichtung besonders geeignet sein. Die weichsten wie härtesten Röhren geben stets streng geteiltes Licht. Ströme falscher Richtung können in der Röhre nicht auftreten. Es hat sich ergeben, daß die mit der Einrichtung betriebenen Röntgenröhren nur geringen Veränderungen des Vakuums unterworfen sind. Das Licht der Röhren ist auffallend ruhig bei großer Intensität.

Soll die Einrichtung zur Erzeugung praktisch ruhender Gleichspannung Verwendung finden, so sind entsprechend große Flaschenbatterien anzuwenden. Als Hochspannungswiderstände im Entladungsweg haben sich durch Beheizung getrocknete Schieferstäbe von 1 qcm Querschnitt bei 50 cm Länge vorzüglich bewährt. Nur bei bedeutender Überlastung brennen die leitenden Bestandteile unter entsprechenden Lichterscheinungen aus dem Schiefer heraus, wodurch der Schiefer zum Nichtleiter wird und seine mechanische Festigkeit verliert.

Chemnitz, 14. April 1904.

(Eingegangen 16. April 1904.)

**6. Über den Zusammenhang
von Schlagweite und Spannung;
von W. Voëge.**

Bis zu Funkenlängen von einigen Zentimetern ist das Schlagweitengesetz durch die gut übereinstimmenden Messungen der Herren Heydweiller, Paschen¹⁾ und E. Voigt²⁾ bekannt. Dagegen sind die Ansichten über die bei größeren Funkenlängen auftretenden Spannungen noch sehr geteilt.

Hr. E. Thomson³⁾ hält für eine Funkenlänge von 80 cm 500 000 Volt, Hr. Heydweiller⁴⁾ nur höchstens 100 000 Volt für erforderlich. Im Jahre 1898 sind in dieser Zeitschrift zwei Aufsätze von Hrn. Oberbeck⁵⁾ erschienen, in welchen der Verf. seine mit Hilfe der Spitzenwirkung ermittelten Werte über die an den Polen eines Induktionsapparates auftretenden Spannungen mitteilt. Die von Hrn. Oberbeck erhaltenen Zahlen werden meist, wenn es sich um größere Funkenlängen handelt, als maßgebend zugrunde gelegt. Neuerdings nun sind von dem Komitee für Normalien des American Institute of Electrical Engineers⁶⁾ für größere Funkenlängen Spannungen angegeben worden, welche erheblich von den Oberbeckschen Werten abweichen. Die genannten Spannungen sind in Effektivwerten gemessen und gelten angeblich für sinusförmig verlaufenden Wechselstrom. Selbst wenn man diese Effektivwerte nicht durch Multiplikation mit $\sqrt{2}$ in Maximalspannungen umrechnet, liegen sie höher als die Zahlen von Hrn. Oberbeck. Angeregt durch Versuche des Hrn. Dr. Walter, welche auf einen geradlinigen Verlauf des Schlagweitengesetzes schließen ließen, habe ich es unternommen, die fraglichen Spannungen in der Weise festzustellen, daß ich zum Betriebe des Funkeninduktors den

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik. 1901. Tab. 85.

2) E. Voigt, Ann. d. Phys. 12. p. 385. 1903.

3) E. Thomson, Elektrotechn. Zeitschr. 13. p. 415. 1892.

4) A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 213. 1892.

5) A. Oberbeck, Wied. Ann. 62. p. 109. 1897; 64. p. 193. 1898

6) Electrician 52. p. 78. 1903.

einer Maschine entnommenen Wechselstrom benutzte, aus der Kurvenform die primär auftretenden Maximalspannungen bestimmte und aus diesen mit Hilfe des Übersetzungsverhältnisses die Sekundärspannungen ermittelte.

Zunächst überzeugte ich mich durch eine Reihe von Versuchen davon, wie weit eine sichere Feststellung einer bestimmten Funkenlänge möglich ist, und welchen Einfluß hierauf Art und Beschaffenheit der Elektroden, Zustand der zu durchschlagenden Luftschicht etc. haben.

Wendet man Spitzen als Elektroden an, so sind bis etwa 5 cm Schlagweite ziemlich sichere Einstellungen zu erzielen, nur ist zu bemerken, daß bei diesen kleinen Funken die Beschaffenheit der Elektroden (mehr oder weniger scharfe Spitzen) von großem Einfluß ist. In dem folgenden Gebiet von 5—10 cm sind sichere Werte schwer oder gar nicht zu erzielen, hier spielt die jeweilige Beschaffenheit der zu durchschlagenden Luftschicht eine sehr große Rolle.¹⁾ Von 10—40 cm endlich ist es möglich, sehr gut übereinstimmende Werte zu erhalten, wie folgende von Hrn. Dr. Walter und mir ganz unabhängig mit demselben Induktor gefundene Zahlen zeigen:

Funken- länge cm	Nach Walter	Meine Messungen	Bemerkungen
	eff. Spannung in Volt		
10	45 700	45 800	Sek. Spannungen aus den prim. Spannungen mit Hilfe des Übersetzungsverhältnisses bestimmt. Prim. Spannung abgelesen kurz bevor der Funke übergeht. Dies war in den meisten Fällen zugleich der Maximalwert, den die prim. effektive Spannung erreichte
15	62 100	63 400	
20	77 400	77 300	
25	92 600	93 000	
30	108 400	107 800	

Kugeln von 1 cm Durchmesser verhalten sich in bezug auf Sicherheit der Einstellung ganz analog den Spitzen. Dagegen war es mit Kugeln von größerem Durchmesser (1,4 und 2 cm) fast unmöglich, oberhalb von 15 cm das Einsetzen des Funkens zu konstatieren. Es tritt hier nicht mehr ein starker glänzender Funke auf, sondern die Entladung vollzieht sich in Form von mehreren dünnen blauen Funken. Der Übergang von Büschel- und Funkenentladung ist nicht mehr scharf unterschieden.

1) Vgl. Tabelle p. 566.

Zur Erzeugung der Funken bediente ich mich meist eines nach Angaben von Dr. Walter gebauten 50 cm-Induktors von R. Seifert, Hamburg, mit großer sekundärer Windungszahl, in einzelnen Fällen (für kleinere Funkenlängen) auch eines 50 cm-Induktors von Klingelfuss mit starkem Eisenkern, starkem Primärstrom und wenig sekundären Windungen. Die Induktoren wurden immer mit Wechselstrom, der einem Gleichstrom-Wechselstrom-Umformer entnommen wurde, betrieben. Alle verwendeten Gleichstromunterbrecher arbeiteten viel zu unregelmäßig, um einigermaßen genaue Messungen ausführen zu können.

Der Induktor von R. Seifert hat nach Angabe der Firma sekundär ca. 190 000 Windungen, primär können verschiedene Spulen benutzt werden, ich arbeitete gewöhnlich mit 177 oder 103 Windungen. Der Eisenkern hat einen Durchmesser von 6 cm und eine Länge von 115 cm. Der ursprünglich offene Kern kann mit Hilfe eines zweiten Schenkels und zweier Jochstücke von 35 cm Länge magnetisch geschlossen werden, wodurch die Wirksamkeit des Apparates bei Wechselstrombetrieb sehr erhöht wird; man erhält die gleiche Funkenlänge mit ungefähr der halben primären Stromstärke. Nach Hrn. Klingelfuss¹⁾ erhält man, wenn man mit Gleichstrom und Quecksilberunterbrecher arbeitet, die maximale Wirkung, wenn der Eisenkern nicht völlig geschlossen ist, sondern einen Luftspalt von ca. 1 cm enthält. Dies ist leicht erklärlich, da der Kraftlinienstrom im geschlossenen Eisenkern den momentanen Abfall der primären Stromstärke nicht mitmacht und es hier auf die Änderung der Kraftlinienzahl, nicht auf die Zahl der überhaupt vorhandenen Kraftlinien ankommt.

Da die sekundären Spannungen aus dem Übersetzungsverhältnis berechnet werden sollten, war es nötig, 1. das Übersetzungsverhältnis möglichst genau zu bestimmen und 2. festzustellen, ob sich dieses Verhältnis nicht etwa mit zunehmender Belastung infolge von Streuung oder Resonanzwirkung ändert.²⁾ Bestimmt wurde das Übersetzungsverhältnis durch Messung der primären Spannung mit einem Hitzdrahtvoltmeter für

1) F. Klingelfuss, Ann. d. Phys. 5. p. 887. 1901.

2) Vgl. G. Seibt, Elektrotechn. Zeitschr. 14. p. 276. 1904.

15 Volt und der sekundären Spannung mit einem Braunschen Elektrometer für 10 000 Volt. Es ergab sich: Übersetzungsverhältnis = $8000/7,6 = 1052$ (angegeben 1072). Die Konstanz des Übersetzungsverhältnisses habe ich in folgender Weise kontrolliert.

Den mit Kugeln versehenen Elektroden des Induktors, welche in Paraffinöl vorzüglich isoliert sind, stehen in passendem Abstand zwei Messingkugeln von ca. 3 cm Durchmesser, welche mit einem sehr empfindlichen Spiegelelektrometer (nach Dolezalek) in Wechselstromschaltung verbunden sind, gegenüber.

Eine Änderung der Kapazität infolge Änderung des Ladestromes des Elektrometers mit der Spannung hat keinen merkbaren Einfluß. Primär wurde die Spannung mit Hitzdraht-instrument von Hartmann & Braun gemessen.

Primäre Spannung v_1	Sekund. Spannung v_2	$\frac{v_2}{v_1}$	Primärer Strom	Bemerkungen
Volt	Volt		Amp.	
20,5	21 800	1,062	1,8	Das Elektrometer ist zunächst mit Gleichstrom geeicht. Dann ist durch eine Reihe von Versuchen ermittelt, um wieviel die sekundären Spannungen durch Einschalten der Kapazität vor das Elektrometer reduziert werden.
31,7	34 160	1,077	2,6	
40,6	42 900	1,057	3,1	
46,4	49 400	1,054	3,4	
56,0	58 900	1,052	4,0	
66,0	73 000	1,104	4,6	
88,5	88 900	1,062	5,7	
95,0	100 000	1,052	6,6	

Wie Fig. 1 zeigt, ist vollkommene Proportionalität vorhanden.

Die Zahlen der Tabelle sind mit geschlossenem Eisenkern des Induktors erhalten; für offenen Kern war ebenfalls keine Änderung des Übersetzungsverhältnisses zu konstatieren. Magnetische Streuung kommt also nicht in Frage. Einmal ist die Induktion im Eisen gering und zweitens hat der Eisenkern fast die doppelte Länge der Sekundärspule. — Für sekundären offenen Stromkreis ist ohne weiteres mit dem Übersetzungsverhältnis zu rechnen. Bei Funkenübergang ist aber eine sekundäre Belastung des Transformators vorhanden. Um mir auch für diesen Fall Gewißheit zu verschaffen, wurde das

Elektrometer zunächst geeicht, dann zwei Spitzenelektroden mit dem Induktor verbunden und in dem Augenblick, wenn ab und zu ein Funke überschlug, für verschiedene Funkenlängen das Übersetzungsverhältnis bestimmt (Fig. 2). Eigentümlicherweise fiel das Übersetzungsverhältnis, bei Funkenüberschlag

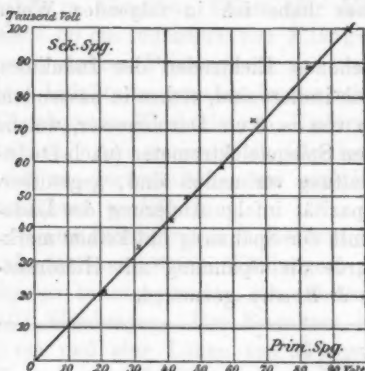


Fig. 1.

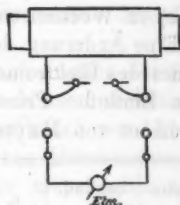


Fig. 2.

gemessen, überall etwas größer aus (um ca. 2 Proz.) als wenn keine Funken auftraten. Auf diese Erscheinung komme ich noch zurück.¹⁾

Die Schlagweite ist abhängig von der Maximalspannung. Mißt man die primäre Spannung des Induktors mit einem Hitzdrahtvoltmeter oder einem Elektrodynamometer, so erhält man den effektiven Wert, d. h. den Mittelwert aus der Summe der Quadrate. Dieser Wert ist abhängig von dem zeitlichen Verlauf der Spannung. Es ist also erforderlich, die Form der Spannungskurve oder aber das Verhältnis von maximaler und effektiver Spannung, den Formfaktor c , direkt experimentell zu bestimmen.

Verwendet zu diesem Zweck wurde ein Oszillograph nach Wehnelt. (In einigen Fällen auch die Braunsche Röhre.) Das von einer Nernstlampe ausgehende, vom Spiegel des Oszillographen reflektierte Licht wurde durch eine Linse zu einem scharfen Bilde vereinigt auf einem weißen Schirm aufgefangen. Die Länge des zu einer Linie ausgezogenen Punktes wurde entweder mit einem spitzen Bleistift oder durch Ersetzen des Papierschirmes

durch Bromsilberpapier, welches später entwickelt wurde, markiert. Unmittelbar nach der Wechselstrommessung wurde an den Oszillographen eine Gleichstromspannung gelegt und ermittelt, welche Gleichstromspannung zum Hervorbringen eines gleich großen Ausschlages wie vorher erforderlich war. Auf diese Weise werden Fehler durch Temperaturunterschiede des Oszillographen sowie Veränderungen in der Magnetfelderregung desselben ausgeschlossen. Die Anordnung der Apparate zeigt Fig. 3. Der Oszillograph wurde so einreguliert, daß Eigenschwingungen des Systems keinen Einfluß hatten.

Beobachtet man nun die mit Hilfe des Oszillographen oder auch der Braunschen Röhre erhaltenen Kurven im rotierenden Spiegel, so zeigt sich bei Funkenübergang eine Veränderung der Kurven in dem Sinne, daß dieselben spitzer und spitzer werden. Ich erkläre mir diese Erscheinung folgendermaßen.

In dem Moment, in welchem der Funke zustande kommt, wird infolge der Stromentnahme eine Entmagnetisierung des Eisenkernes und damit ein Sinken des induktiven Widerstandes der Primärspule entstehen. Die Folge ist ein starkes Wachsen des primären Stromes, solange der Funke einen geschlossenen sekundären Stromkreis herstellt. Das Abreißen des Funkens bedingt einen plötzlichen Abfall des primären Stromes. Da das Entstehen eines Funkens immer an den Augenblick der Maximalspannung gebunden ist, wird durch die plötzliche Verkleinerung und das noch plötzlichere Ansnellen des induktiven Widerstandes die Kurvenform des primären Stromes in der Weise geändert, wie es die Fig. 4 zeigt. Diese Änderung der Kurvenform ist mit dem Oszillo-

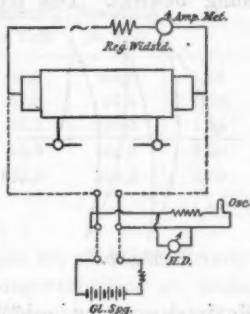


Fig. 3.

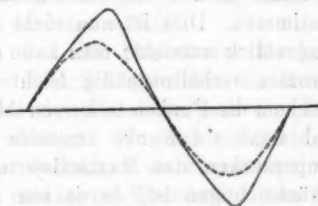


Fig. 4.

graphen oder der Braunschen Röhre deutlich nachzuweisen.

Durch die Wechselwirkung des sekundären und des primären Stromes wird ein steilerer Abfall des magnetischen Feldes bedingt, welcher seinerseits wieder eine unter Umständen nicht unbeträchtliche Steigerung der induzierten Spannung bewirkt. Das plötzliche Abreißen des vorhergehenden



Fig. 5.

Funkens erzeugt eine Spannungssteigerung, welche das Zustandekommen des folgenden Funkens wesentlich erleichtert. Die für diesen zweiten Funken zur Verfügung stehende Spannung wird meist höher sein, als zur Bildung des Funkens unbedingt erforderlich ist. Eine ganz bedeutende Erhöhung der Spannungskurve, bis zu dem Doppelten der ursprünglichen

Maximalspannung, erhält man bei regelmäßigem Funkenübergang, wenn jedem Spannungsmaximum ein Funke entspricht. Der Oszillograph zeigt in diesem Falle das Bild der Fig. 5.

Da jeder Funke durch eine Reihe von dunklen Vorentladungen eingeleitet wird, so entstehen auch schon Spannungserhöhungen, wenn auch in geringerem Grade, kurz bevor der wirkliche Funke einsetzt. Man erhält daher falsche Resultate, wenn man einfach mit dem bei gänzlich offenem Sekundärkreis ermittelten Formfaktor rechnet. Es ist vielmehr nötig, jedesmal kurz bevor der Funke einsetzt, den Formfaktor zu bestimmen. Dies ist nun nicht so schwierig, wie es im ersten Augenblick aussieht; man kann durch Regulieren des primären Stromes verhältnismäßig leicht einen Zustand einstellen, in welchem die Funken in kurzen Abständen überschlagen. Jedesmal wenn ein Funke zustande kommt, beobachtet man ein Emporzucken des Maximalwertes, das aber nicht weiter zu berücksichtigen ist, da es nur auf die Verhältnisse vor dem Funkenübergang ankommt.

Ich habe nun auf die beschriebene Weise eine große Reihe von Beobachtungen ausgeführt und den Faktor c für die verschiedensten Funkenlängen bestimmt und niemals eine gesetzmäßige Abhängigkeit dieses Faktors von der Funkenlänge ge-

funden. Zum Beweise lasse ich zwei Beobachtungsreihen (es wurden von derselben Art über zehn angestellt) folgen, aus welchen zugleich die erreichte Genauigkeit zu ersehen ist.

Funken- länge cm	Erste Beobachtungsreihe			Zweite Beobachtungsreihe		
	eff. prim. Spannung in Volt	max. prim. Spannung in Volt	c	eff. prim. Spannung in Volt	max. prim. Spannung in Volt	c
10	44,5	72,4	1,63	44,5	69,3	1,56
15	61,2	97,6	1,59	61,0	97,4	1,59 _s
20	76,6	121,3	1,58	76,2	120,0	1,58
25	90,5	145,0	1,60	90,0	144,0	1,60
30	103,3	165,0	1,59	103,5	164,8	1,59
Im Mittel:			1,59	1,58 _s		

Mit diesem Faktor $c = 1,59$ sind also die effektiven Primärspannungen außer mit dem Übersetzungsverhältnis zu multiplizieren, um die sekundären Maximalspannungen zu erhalten.

Die Spannungserhöhung infolge des überschlagenden Funkens geht noch besonders deutlich aus folgendem hervor. Zunächst wurde der Faktor c für den reinen Maschinenstrom bestimmt: $c_{\text{Masch.}} = 1,52$. Durch Anhängen des sekundären offenen Induktors wurde die Stromkurve fast sinusförmig $c_{\text{Masch.} + \text{Ind.}} = 1,42$. Die Kurvenform ändert sich nicht, wenn man den Induktor mit Spitzen versieht, so daß eine starke Spitzenentladung stattfindet; erst wenn man die Spitzen so weit einander nähert, daß Vorentladungen und ab und zu Funken auftreten, findet man wieder $c = 1,59$.

Bemerken will ich noch, daß der Einfluß der Funkenentladung auf die Kurvenform natürlich ganz von der Größe und Bauart des Induktors und der Maschine bez. von dem Verhältnis beider zueinander abhängt. Er wird viel geringer sein, wenn der Eisenkern des Induktors stark gesättigt ist, oder wenn man einen hohen induktiven Widerstand dem Induktor vorschaltet. Letzteres wurde durch einen Versuch vollkommen bestätigt.

Um einwandfreie Resultate zu erzielen, habe ich das Verhältnis von Schlagweite und Spannung mit möglichst verschiedenen Kurvenformen zu bestimmen gesucht.

1. Induktor von Seifert. Eisenkern geschlossen. Wechselstrom von 50 Per.

$$c = 1,59_1 \text{ (im Mittel).}$$

2. Induktor von Seifert. Eisenkern offen. Wechselstrom von 50 Per.

$$c = 1,45_7 \text{ (im Mittel).}$$

3. Induktor von Seifert. Eisenkern geschlossen. Wechselstrom von 10 Per. (andere Maschine)

$$c = 1,86.$$

4. Induktor von Seifert. Eisenkern geschlossen. Wechselstrom von 50 Per. und besonders spitzer Kurvenform

$$c = 2,14.$$

Die folgende Tabelle gibt meine Beobachtungen über Spannung und Funkenlänge bei Verwendung von Spitzenelektroden in den genannten vier Fällen wieder:

Funken- länge cm	$c = 1,59_1$		$c = 1,47_1$		$c = 1,86$		$c = 2,14$		Mittelwerte d. primären max. V.	Sekundäre max. Spannung
	Primäre		Primäre		Primäre		Primäre			
	eff. V.	max. V.	eff. V.	max. V.	eff. V.	max. V.	eff. V.	max. V.		
8	36,6	58,2	33,1	55,5	33,0	61,4	—	—	58,4	61 400
10	43,5	69,2	47,5	69,2	38,0	70,7	32,3	69,2	69,6	73 200
12	49,6	78,9	53,9	78,5	42,0	78,1	—	—	78,5	82 600
14	55,3	88,0	59,9	87,3	46,5	86,5	41,1	88,0	87,5	92 000
16	61,2	97,4	66,2	96,5	50,5	94,0	—	—	96,0	101 000
20	73,5	116,9	77,2	112,5	59,0	109,8	54,6	116,8	114	119 900
25	85,7	136,4	90,6	132	70,0	130,2	63,7	136,2	133,7	140 600
30	101	160,7	105,5	154	—	—	73,1	156,4	157,5	165 700
35	117	186	—	—	—	—	82,7	177	181,5	190 900

Trägt man die gefundenen sekundären Maximalspannungen abhängig von der Funkenlänge auf, so erhält man für Spitzenelektroden und Funkenlängen größer als 10 cm eine vollkommen gerade Linie (Fig. 6). Auch nach den Beobachtungen des Hrn. Oberbeck¹⁾ ist der Verlauf der Spannung als Funktion der Funkenstrecken von 8—10 cm Schlagweite an geradlinig. Der absoluten Größe nach aber weichen die von mir gefundenen Werte erheblich von den Zahlen Oberbecks ab, stimmen dagegen sehr gut mit den Angaben des Komitee für Normalien

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 64. p. 213. 1896.

des American Institute of Electrical Engineers überein, wenn man diese (effektiven Werte) durch Multiplikation mit $\sqrt{2}$ in Maximalspannungen umrechnet.

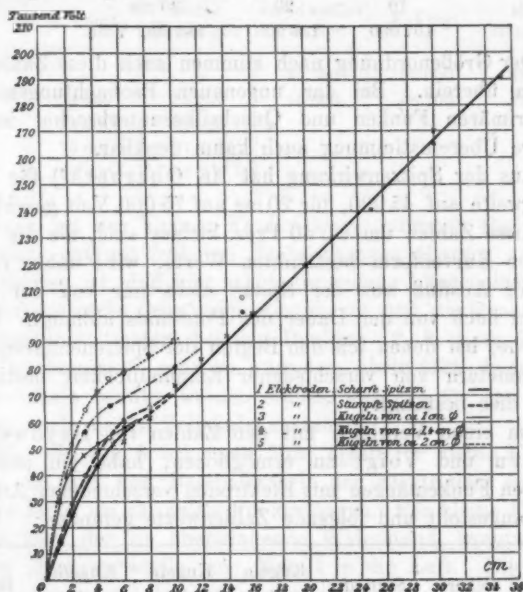


Fig. 6.

Funkenlänge cm	Amer. Eng. $c = 1,41$	Meine Resultate	Abweichungen
			Proz.
10	73 500	73 200	+ 0,4
12	83 100	82 600	+ 0,6
14	93 000	92 000	+ 1,7
16	102 500	101 000	+ 1,46
20	122 000	119 000	+ 1,72
25	146 000	140 800	+ 3,7
30	170 000	165 700	+ 2,5
35	194 800	190 900	+ 2,0

Hr. Klingelfuss in Basel hat die Spannungen in der Weise früher zu ermitteln gesucht, daß er primär und sekundär die Maximalspannungen durch die auftretenden Funkenlängen maß und die primäre Spannung mit Hilfe der Paschen-Heyd-

weillerschen Werte in Volt umrechnete und aus dem Übersetzungsverhältnis endlich die Sekundärspannungen bestimmte. Er findet für

10	20	30 cm
107 000	156 000	183 000 Volt.

Der Größenordnung nach stimmen auch diese Zahlen mit meinen überein. Bei der ungenauen Beobachtungsmethode mit primären Funken und Quecksilberunterbrecher ist eine größere Übereinstimmung auch kaum denkbar.

Aus der Spitzenwirkung hat Hr. Oberbeck¹⁾ für 10 cm Schlagweite auf 45 000, für 20 cm auf 75 000 Volt geschlossen. Daß diese Zahlen um ca. 40 Proz. kleiner sind, als die direkt aus der Kurvenform bestimmten Werte, wird daher rühren, daß der Ausfluß aus der Spitze nicht nur von der Höhe, sondern auch von der Dauer des Potentials abhängt. Einige Versuche, bei denen ich den Beginn der Spitzenentladung mit Elektrometern von verschiedener Empfindlichkeit bestimmte, haben dies bestätigt.

Um einen Vergleich mit den Zahlen von Heydweiller, Paschen und Voigt zu ermöglichen, habe ich auch bei kleineren Funkenlängen mit Elektroden verschiedener Art Versuche angestellt und folgende Zahlenwerte gefunden:

Funkenlänge cm	Scharfe Spitzen	Stumpfe Spitzen	Kugeln von 1 cm Durchm.	Kugeln von 1,4 cm Durchm.	Kugeln von 2 cm Durchm.	Bemerkungen
1	—	12 000	33 000	—	—	
2	25 000	29 200	43 000	—	51 000	
3	35 000	40 000	49 000	57 500	65 000	
4	44 000	48 500	52 100	—	71 000	
5	52 000	56 400	55 000	66 300	76 000	Beobachtungen unsicher
6	56 000	60 900	57 800	—	79 000	
8	—	67 100	66 000	—	85 000	
10	72 000	73 000	—	81 200	90 500	
15	—	—	—	—	—	
20	123 000	122 000	—	—	—	
25	—	—	—	—	—	
30	—	166 000	170 600	—	—	

Diese Resultate sind ebenfalls in Fig. 6 dargestellt.

¹⁾ A. Oberbeck, l. c.

Vergleich mit früheren Messungen.

Funken- länge cm	Kugeln von 2 cm Durchm.		Kugeln von 1 cm Durchmesser		
	E. Voigt	Meine Messungen	Heydweiller Paschen	E. Voigt	Meine Messungen
1	—	—	32 700	32 000	33 800
2	54 000	51 000	48 600	48 100	43 000
3	76 200	65 000	—	—	—
4	73 000	71 600	—	—	—
5	77 400	76 200	—	—	—

Auch bei den kleinen Funkenlängen stimmen also meine Ergebnisse gut mit früheren Beobachtungen überein. Zu berücksichtigen ist, daß hier schon die genaue Längeneinstellung der Funkenstrecke Schwierigkeiten macht und die Genauigkeit des Hitzdrahtvoltmeters bei den Punkten „2, 3, 4 cm, Kugeln 1 cm Durchmesser“, sehr zu wünschen übrig läßt, da hier die 150 Voltskala benutzt werden mußte, während für den Punkt „1 cm“ noch die 15 Voltskala ausreichte.

Wie die Fig. 6 erkennen läßt, spielt für kleine Funkenlängen die Art und Beschaffenheit der Elektroden eine viel größere Rolle als für große Funkenlängen. Für kleine Funkenlängen liegt der zu überwindende Widerstand hauptsächlich an der Übergangsstelle vom Metall in die Luft. Die Länge der Funkenstrecke kommt noch weniger in Frage. Anders bei größeren Funkenlängen. Hat die Spannung erst einen solchen Betrag erreicht, daß sie den Übergangswiderstand ohne weiteres überwindet, so kommt jetzt der Widerstand der Luftstrecke in erster Linie in Frage und dieser ist nach meinen Beobachtungen der Länge des Luftweges proportional. Wenigstens bis zu ca. 40 cm Schlagweite. Darüber hinaus bleibt die Frage noch unentschieden. Wahrscheinlich ist es allerdings nicht, daß die Proportionalität für noch größere Funkenlängen nicht mehr gelten sollte.

Für Funkenlängen von 10—40 cm hat das Schlagweiten-gesetz für Luft die sehr einfache lineare Form. Es ist

$$V = 4800 d + 24\,000,$$

wenn d die Dicke der Luftschicht in Zentimetern und V die erforderliche Spannung in Volt ist. Das erste Glied der

Gleichung stellt die der Dicke der Luftschicht proportionale Durchschlagsspannung, das zweite die zur Überwindung des Übergangswiderstandes erforderliche Spannung dar.

Nach Versuchen von Hrn. Lietzau¹⁾ über Gleitfunkenstrecken gilt die Beziehung:

$$\frac{\text{Gleitfunkenstrecke}}{\text{Luftfunkenstrecke}} = \text{Konst.}$$

Material und Oberflächenbeschaffenheit haben wenig Einfluß. Also gilt auch für größere Gleitfunkenstrecken das lineare Schlagweitengesetz, was Hr. Lietzau auch für einige Funkenlängen direkt gefunden hat.

Allgemein kann man sagen: Die zum Durchschlagen größerer Luftfunkenstrecken erforderliche Spannung ist, abgesehen von einem zur Überwindung des Übergangswiderstandes dienenden, (bei denselben Elektroden) konstanten Betrage, proportional der Länge der Luftstrecke.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß das Schlagweitengesetz für feste und flüssige Isolationsmaterialien eine andere Form annimmt. Diesen Gegenstand denke ich noch weiter zu verfolgen.

Hamburg, Physikal. Staatslaboratorium, April 1904.

1) E. Lietzau, „Mathématique et Physique“, Genf. 1. Heft 1. 1904.

(Eingegangen 20. April 1904.)

**7. Eine Bestimmung des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers¹⁾;
von G. van Dijk und J. Kunst.**

Als Wert für das elektrochemische Äquivalent des Silbers wurde bei verschiedenen Untersuchungen gefunden²⁾:

Mascart	0,011156	1884
F. und W. Kohlrausch	0,011183	1884
Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick	0,011179	1884
Pellat und Potier	0,011192	1890
Kahle	0,011188	1898
Patterson und Guthe	0,011192	1898
Pellat und Leduc	0,011195	1903

Der Unterschied zwischen diesen Werten ist einerseits der Methode der Strommessung, andererseits der Einrichtung und Behandlungsweise des Voltameters zuzuschreiben.

Bei den meisten Untersuchungen diente zur Strommessung irgend ein Elektrodynamometer entweder direkt oder indirekt mittels eines Normalelementes; F. und W. Kohlrausch benutzten die Tangentenbussole.

Diese verschiedenen Werte des Äquivalentes veranlaßten uns, eine neue Bestimmung zu machen, wobei die in § 5a des Reichsgesetzblattes 1901, 6. Mai erwähnten Bedingungen, unter denen bei der Darstellung des Ampère die Abscheidung des Silbers stattzufinden hat, erfüllt wurden.

1) Aus den Ber. d. k. Akad. d. Wissensch. Amsterdam, Dezember 1903.

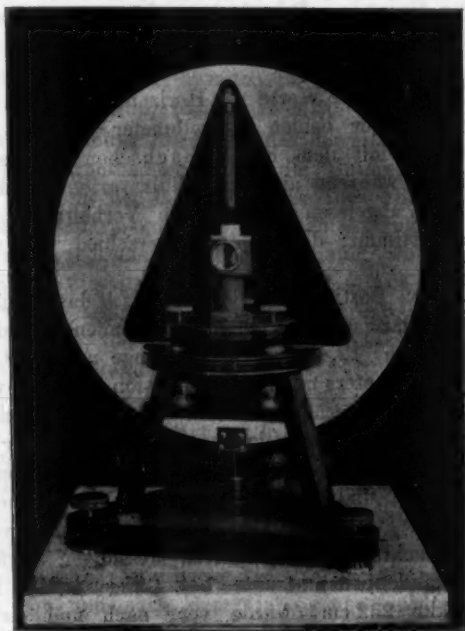
2) E. Mascart, Journ. de Phys. (2) 3. p. 283. 1884; F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27. p. 1. 1886; Lord Rayleigh u. Mrs. Sidgwick, Phil. Trans. 2. p. 411. 1884; H. Pellat u. A. Potier, Journ. de Phys. (2) 9. p. 381. 1890; K. Kahle, Wied. Ann. 67. p. 1. 1899; G. W. Patterson u. K. E. Guthe, Phys. Rev. 7. p. 251. 1898; H. Pellat u. A. Leduc, Compt. rend. 136. p. 1649. 1903.

Die Stromstärke wurde mittels der Tangentenbussole gemessen wegen der Genauigkeit, mit welcher sowohl ihre Konstante, als auch die Horizontalintensität und deren zeitliche und örtliche Variationen sich bestimmen lassen, wenn man, wie wir, in einem eisenfreien, ruhig gelegenen Laboratorium arbeiten kann und keine vagabundierenden Ströme zu befürchten hat.

Zur Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus wurde die bifilarmagnetische Methode von Kohlrausch angewandt. Das absolute Bifilarmagnetometer war an einem hohen hölzernen Dreifuß aufgehängt; nördlich sowie südlich waren in einer Entfernung von 90 cm die Tangentenbussolen auf von Säulen getragenen Steinplatten aufgestellt, deren Magnetometer ungefähr die Dimensionen des Kohlrauschschen Elfenbeinmagnetometers hatten, aber in einem wichtigen Unterteil anders konstruiert waren. Beim Elfenbeinmagnetometer schwingt der Spiegel mit dem kleinen Magnete in einem sehr flachen Gehäuse. Es zeigte sich aber bei dieser Einrichtung, daß der Lokaleinfluß des Instrumentes fast nur abhängt vom Para- oder Diamagnetismus der Vor- und Hinterwand — gewöhnlich Glas; dieser Lokaleinfluß ist nicht immer derselbe, sondern verändert sich, wenn die kleine Entfernung des Magneten von jenen Wänden nicht völlig konstant bleibt. Diese Form erscheint darum wenig geeignet für Versuchsreihen, die lange Zeit in Anspruch nehmen. Wir haben deshalb als Gehäuse für den Magnet mit Spiegel einen vertikalen hölzernen Zylinder mit einem inneren Durchmesser von 4 cm gewählt (vgl. Figur); aus der Vorderwand desselben war eine Öffnung ausgebohrt, worin ein das Deckglas tragender Rand festgekittet war; am Spiegelträger hängt ein Dämpferflügel aus Mica, welcher in einem engen im Fuße des Instrumentes angebrachten Spalte sich bewegen kann. Zur Bestimmung des instrumentalen magnetischen Lokaleinflusses wurde das Magnetometer um Winkel von 5° nach der linken und rechten Seite gedreht. Aus verschiedenen Reihen von Bestimmungen, während welcher am anderen Magnetometer die Variation der Deklination abgelesen wurde, ergab sich, daß jene Drehung eine Änderung der Spiegeleinstellung bei einem Magnetometer von $+0,03$ mm bis $-0,02$ mm, beim anderen von $+0,03$ mm bis $-0,07$ mm

verursachte. Diese Zahlen sind Mittelwerte aus zehn Beobachtungen; dem Magneten wurde bei den verschiedenen Reihen eine verschiedene Lage im Gehäuse gegeben. Der Lokaleinfluß kann also vernachlässigt werden.

Der Stromring der südlich vom Bifilarmagnetometer aufgestellten Tangentenbussole bestand aus einem abgedrehten, durch ein hölzernes Dreieck getragenen Kupferstreifen von



8,4 × 3,6 mm; sie ist also ganz dem von Kohlrausch beschriebenen Instrumente¹⁾ ähnlich. Der Stromring der nördlich vom Bifilarmagnetometer aufgestellten Tangentenbussole (vgl. Figur) war ein in einer sehr flachen Rinne auf der abgedrehten Fläche einer 1,5 cm dicken Marmorscheibe gespannter 0,59 mm dicker Kupferdraht. Aus der Scheibe war

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 15. p. 552. 1882.

ein dreieckiges Stück ausgesägt und in dieser Öffnung war das Magnetometer aufgestellt. Zur Bestimmung der instrumentellen magnetischen Lokaleinflüsse der beiden Tangentenbussolen wurden die Magnetometer unabhängig von den übrigen Teilen der Bussolen aufgestellt, und diese um Winkel von 30° nach links und rechts gedreht. Für die Marmorbussole wurde bei einer Drehung von $+30^\circ$ bis -30° eine Änderung der Spiegeleinstellung bei einer Reihe $-0,02$ mm, bei einer zweiten $0,00$ mm, für die andere Bussole bez. $+0,04$ mm gefunden, so daß auch hier kein merklicher Lokaleinfluß konstatiert werden konnte.

Das Verhältnis der Werte der Horizontalintensität an den Aufstellungsorten der beiden Magnetometer und des Bifilmagneten wurde mit dem Kohlrauschschen Vierstabvariometer bestimmt, während an einem Bifilarvariometer die zeitliche Variation abgelesen wurde; jene Verhältnisse wurden einige Male bestimmt; der größte Unterschied war weniger als $\frac{1}{10000}$.

Zur genauen Bestimmung von $H \times M$ (M das magnetische Moment des Bifilmagneten) müssen der Fadenabstand, oben und unten ungefähr $12,4$ cm, die Fadenlänge und das Gewicht des Bifilmagnetometers mit großer Präzision gemessen werden. Die Fäden befanden sich unmittelbar vor einer halben-Millimeterteilung; mittels eines Mikroskopes mit Meßokular wurde der Abstand der Fäden von den beiden benachbarten Teilstrichen bestimmt und der Abstand dieser Teilstriche unter dem Komparator gemessen. Der Unterschied in den vor und nach den Beobachtungen ausgeführten Messungen beträgt für den Fadenabstand oben und unten bez. 4 und 2μ . Die Fadenlänge, ungefähr 232 cm, wurde vor, nach und einigemal zwischen den Beobachtungen mittels eines gläsernen Maßstabes gemessen; der Unterschied der äußersten Werte ist $0,13$ mm; ein Fehler von $0,1$ mm gibt im Resultate einen Fehler von $\frac{1}{40000}$.

Der untere Suspensionsquerstab, der Stiel und das Schiffchen waren aus Aluminium gearbeitet; mit dem Magneten, aber ohne den Micadämpfer, betrug das Gewicht ± 160 g; es war bis auf 1 mg bekannt. Das Gewicht des Dämpfers mit seinem Stiele, in verdünntes Glyzerin gleich weit wie bei den Beob-

achtungen eingetaucht, betrug vor den Messungen 1,444 g, nach den Messungen 1,457 g. Das Mittel 1,450 g wurde bei den Berechnungen gebraucht; da ein Unterschied des Gewichtes von 7 mg das Resultat mit dem $\frac{1}{46000}$ seines Wertes verändert, ist das Gewicht mit genügender Genauigkeit bekannt.

Der Polabstand des 16,06 cm langen Magneten wurde bestimmt durch die Messung der Ablenkung in der zweiten Hauptlage aus zwei symmetrisch gegen die Magnetometer gelegenen Stellungen. Bei einer Messungsreihe mit den Abständen 80 und 100 cm wurde als Polabstand gefunden: 13,39, 13,40, 13,48; bei einer zweiten mit den Abständen 75 und 105 cm: 13,46, 13,35, 13,22; das Mittel ist 13,38 cm.¹⁾

Zur Bestimmung des Abstandes der Mitten der Magneten der Unifilarmagnetometer wurde der Unterschied dieses Abstandes mit dem der Magnetometerkokons abgeleitet aus den durch den Bifilarmagnet verursachten Ausschlägen vor und nach der Umwechslung der Magnetometer, wobei die Kokondrähte genau dieselbe Stelle einnahmen. Aus zwei Beobachtungen wurde dieser Unterschied gefunden: 0,07 und 0,09 mm; ein Unterschied von 0,01 mm in dem Abstände hat auf das Resultat einen Einfluß von $\frac{1}{130000}$.

Zur Messung der Abstände der Magnetometerkokonfäden wurden diese mittels zwei in 5 m Entfernung aufgestellten Fernrohren auf einen hinter den Magnetometern aufgestellten Glasmaßstab projiziert; es zeigte sich, daß die Glasröhren der Magnetometer keinen Einfluß auf die Ablesung hatten.

Während des Stromdurchganges wurde das im Erdgeschoß aufgestellte Kohlrauschsche Lokalvariometer regelmäßig abgelesen; vor und nach dem Durchgange wurden die *H*-Bestimmungen gemacht, so daß man sowohl aus der ersten Bestimmung als aus der letzten den mittleren Wert von *H* für

1) In unserer früheren Mitteilung (k. Akad. d. Wissensch. Amsterdam, Dezember 1903) war der Wert 13,31 angenommen als Mittel aus zwei Bestimmungen. Die neuen Messungen des Polabstandes wurden besonders dadurch veranlaßt, daß es sich zeigte, daß die Strecke, um welche der Magnet verschoben wurde, nicht genau genug bekannt war. Der l. c. angegebene Wert für das elektrochemische Äquivalent war 0,0111818.

die Zeit des Stromdurchganges finden konnte. Meistens stimmten die so gefundenen beiden Werte von H bis auf $\frac{1}{9000}$ oder noch weniger überein; in einzelnen Fällen war die Abweichung $\frac{1}{6000}$ oder $\frac{1}{4500}$. Das Mittel der beiden Werte wurde als der Wert von H angenommen.

Von der nördlich aufgestellten Tangentenbussole wurden fünf Durchmesser kathetometrisch durch Vergleichung mit einem Normalmeter gemessen; die Abweichungen untereinander betrugen weniger als 0,1 mm. Der mittlere Wert des Durchmessers wurde gefunden

vor den Beobachtungen: 41,3833 cm bei einer Temperatur von $14,5^\circ$,
nach „ „ : 41,3842 „ „ „ „ „ $17,5^\circ$;

ersterer Wert gibt auf $17,5^\circ$ reduziert: 41,3843.

Der Stromring der südlichen Tangentenbussole weicht etwas mehr von einem Kreise ab und zeigte sich nicht ganz konstant von Form; dennoch ergaben die verschiedenen Messungen des Durchmessers gut übereinstimmende Mittelwerte; gemessen wurden zehn in ungefähr gleicher Distanz gelegene Durchmesser, an jeder Seite fünf; gefunden wurde

vor den Beobachtungen: 40,446 cm $t = 17,3^\circ$,
nach „ „ : 40,443 cm $t = 14,5^\circ$,

während eine bei den Vorversuchen ausgeführte Bestimmung 40,446 cm $t = 19,8^\circ$ ergeben hatte. Auf gleiche Temperatur reduziert ist der Unterschied dieser Werte weniger als $\frac{1}{40000}$.

Zur Bestimmung der Stromintensität wurde bald die eine, bald die andere Tangentenbussole benutzt; der Strom wurde von einer Batterie von 3 oder 5 Akkumulatoren geliefert; im Stromkreise wurden außerdem aufgenommen Widerstände von ungefähr 20 Ohm, zwei Voltmeter und ein Kommutator; die Stromintensität variierte bei verschiedenen Versuchen von 0,30 bis 0,45 Amp., das Gewicht der Silberniederschläge war ungefähr 1 g, so daß die Dauer des Stromdurchganges 48 bis 32 Min. betrug. Der Ausschlag der Tangentenbussole wurde jede Minute abgelesen; der erste eine halbe Minute nach dem Stromdurchgange; das Magnetometer der anderen Tangentenbussole wurde zur Bestimmung der Deklinationsänderungen zur gleichen Zeit abgelesen. Der Strom wurde zweimal kom-

mutiert; während der äußerst kurzen Zeitdauer des Kommutierens wurde mittels eines Shunts die Bussole ausgeschaltet. Der Einfluß der Stromumkehrung auf das andere Magnetometer ließ sich genügend genau aus den geometrischen Dimensionen und einem angenäherten Wert der Stromintensität berechnen. Die beiden Magnetometer wurden vor, nach und zwischen den verschiedenen Bestimmungen gleichzeitig abgelesen zur Kontrollierung ihres relativen Ganges.

Für die *Zeitbestimmungen* wurde ein Deutsches Chronometer mit 120 Schlägen in der Minute benutzt; das Chronometer wurde jeden Tag mit einer genau gehenden astronomischen Uhr verglichen.

Die Kathoden der *Voltameter* waren aus Platin, zwei hatten die gewöhnliche Form eines Platintiegels; das dritte Voltameter war eine Platinhalbkugel, die nach oben hin in einen Zylinder endigt; die Anoden waren Silberstäbe, um welche zum Aufnehmen etwaiger sich loslösender Teilchen eine Schleicher & Schüllsche Soxhlet-Hülse geschoben wurde. Die Lösung des teils von E. Merck, teils von P. J. Kipp & Söhne, J. W. Giltay Nachf. bezogenen Silbernitrate war neutral, 20proz. Die beiden Voltameter im Stromkreise ergaben Niederschläge, welche bei den meisten Versuchen innerhalb 0,1 mg übereinstimmten; nur einmal wurde ein Unterschied von 0,23 mg gefunden.

Die Fehler des Gewichtssatzes sind bestimmt worden, auch wurde derselbe mit einem Normalkilogramm verglichen; die benutzten Maßstäbe wurden mittels eines Transversalkomparators mit einem Normalmeter verglichen.

Die Skalenabstände des Bifilars und der Magnetometer — ungefähr 317,5 bez. 314,2 cm — wurden mit einem 3 m langen hölzernen Stabe gemessen, der in Entfernungen von 1 m Marken trug, während an den Enden verschiebbare, in Millimeter geteilte, mit elfenbeinernen Spitzen versehene Messingstäbe angebracht waren. Dieser Maßstab zeigte sich nicht ganz konstant; die Länge ist während der Beobachtungen $\pm 0,2$ mm größer geworden; eine in der Zwischenzeit ausgeführte Bestimmung zeigte, daß diese Verlängerung allmählich entstanden ist, so daß die Annahme des mittleren Wertes nur einen äußerst kleinen Einfluß haben kann; beträgt doch die

ganze Verlängerung nur $\frac{1}{18000}$. Die üblichen Korrekturen wurden wegen der Neigung der Spiegel, Deckglasdicke etc. angebracht.

Die folgende Tabelle enthält das Resultat der 24 Bestimmungen des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers.

	<i>H</i>	<i>i</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
1	0,18185	0,039082	2160,05	0,94417	0,011185	
2	0,18187	0,043461	2160,03	1,05014		0,011186
3	0,18155	0,041857	2160,05	1,00647	0,011185	
4	0,18150	0,041709	2160,05	1,00759		0,011184
5	0,18158	0,045079	1920,05	0,96799		0,011184
6	0,18160	0,045479	1920,05	0,97657	0,011184	
7	0,18158	0,039305	2400,06	1,05477		0,011181
8	0,18201	0,038132	2400,06	1,02354		0,011184
9	0,18190	0,038586	2400,06	1,03565	0,011188	
10	0,18159	0,038768	2400,06	1,04007	0,011178	
11	0,18161	0,031635	2880,07	1,01895		0,011184
12	0,18156	0,036269	2640,06	1,07048	0,011180	
13	0,18161	0,036642	2400,06	0,98335		0,011182
14	0,18188	0,030923	2880,07	0,99591	0,011183	
15	0,18170	0,030811	2880,07	0,99248	0,011184	
16	0,18197	0,030232	2880,07	0,97501		0,011179
17	0,18163	0,040635	2160,05	0,98136	0,011181	
18	0,18123	0,043138	2160,05	1,04181		0,011181
19	0,18155	0,033480	2640,06	0,98849		0,011184
20	0,18191	0,037477	2400,06	1,00565		0,011181
21	0,18162	0,039021	2400,06	1,04695	0,011179	
22	0,18139	0,035229	2640,06	1,03997	0,011182	
23	0,18162	0,037325	2400,06	1,00162	0,011181	
24	0,18190	0,037676	2400,06	1,01106		0,011181

Mittel: 0,0111821 | 0,0111826

Mittlerer Fehler: $\pm 0,00000067$ | $\pm 0,00000058$

Es bedeuten *H* die Horizontalintensität, *i* die Stromstärke, *t* die Zeit, *p* das Gewicht des niedergeschlagenen Silbers, *a* das elektrochemische Äquivalent, alle Größen in C.G.S.-Einheiten, und zwar sind die Zahlen der letzten Reihe mit der südlichen, die der vorletzten mit der nördlichen Tangentenbussole gefunden.

Die aus den beiden Bussolen abgeleiteten Werte weichen weniger als $\frac{1}{20000}$ voneinander ab.

Der mittlere Wert aller Bestimmungen ist:

$$a = 0,0111823 \pm 0,0000004 \text{ (m. F.)}$$

Berücksichtigt man die Übereinstimmung der verschiedenen Messungen, so ist diese Zahl bis auf $\frac{1}{10000}$ genau.

Die Messungen werden später ausführlicher mitgeteilt werden.

Groningen, Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 30. April 1904.)

8. Über die Veränderlichkeit des spezifischen Gewichtes.

1. Die Änderung des spezifischen Gewichtes beim Drahtziehen; von Georg W. A. Kahlbaum.

Gelegentlich meiner Arbeiten über Metalldestillation habe ich versucht, die spezifischen Gewichte der von mir hergestellten reinen Metalle festzulegen, und mich überhaupt eingehender mit dem Studium der Dichtebestimmung beschäftigt.¹⁾ Den Gründen, die mich veranlaßten, dieser „scheinbar so abgegriffenen Größe“ meine Aufmerksamkeit zu schenken, habe ich damals in folgenden Sätzen Ausdruck verliehen:

1. ist die genaue Bestimmung der spezifischen Gewichte, besonders der schwereren festen Körper, eine äußerst subtile Arbeit, die nur unter Anwendung nicht unerheblicher Massen mit einigem Erfolg durchgeführt werden kann, und

2. ist die zu bestimmende Verhältniszahl sehr viel mehr der Ausdruck der, der besonderen Individualität, mit welcher die Bestimmung vorgenommen wird, zukommenden Eigenschwere²⁾, als im allgemeinen angenommen wird.

Belegt habe ich die letzte Behauptung z. B. damit, daß ich aus einem ganz kleinen Block reinsten norwegischen Konverterkupferraffinats von

99,92	Proz.	Cu
0,02	„	Ag
0,04	„	Ni
0,02	„	Fe

Stäbchen von 6 mm Durchmesser und 45 mm Länge drehen

1) Georg W. A. Kahlbaum, Zeitschr. f. anorg. Chem. 29. p. 197 bis 218. 1902. Die Bestimmung der spezifischen Gewichte.

2) l. c. p. 197. Der Schluß von Alinea 2 lautet etwas anders, um Mißverständnissen vorzubeugen, habe ich ihn wie oben geändert.

ließ und für diese rund 1,25 ccm Metall die Dichten bestimmte, die sich, bei einem mittleren Fehler von 0,0016, ergaben zu:

- I. 8,4412,
- II. 8,6926,
- III. 8,4297,

d. h. also, die drei, aus *einem* kleinen Block Kupfer gedrehten, Zylinder zeigen eine Maximalabweichung von 0,2629, oder über 3,5 Proz. des Wertes der Dichte. Da es sich um gegossenes Kupfer handelte, war der Grund der Abweichung leicht erklärlich. Die leichteren Proben waren mit Gußfehlern behaftet. Aber, so war die natürliche Frage: wo und wann hören die Gußfehler ganz auf?

Bei äußerst sorgfältigen Messungen habe ich, volumetrisch, die Dichte des gleichen Kupfers, aus 140 Einzelbestimmungen mit dem Sphärometer, an einem 79 g schweren Kupferzylinder festzulegen versucht, und bin dabei zur Dichte 8,3774 geführt worden, also habe ich eine noch erheblich geringere Eigenschwere, wie bei den Stäbchen gefunden. Demnach sollte man glauben, daß die um 0,32 höher gefundene Dichte des Zylinders II sich bereits dem Maximum erheblich nähert. Nun geben aber Marchand und Scheerer¹⁾ in einer äußerst sorgfältigen Arbeit, als höchsten von ihnen gefundenen Wert, den für gewalztes und gehämmertes Kupferblech, mit 8,952 an, gegen unseren höchsten Wert 8,693, also um weitere 0,259 höher, was gegen unseren niedersten Wert gehalten eine Differenz von 6,2 Proz. ausmacht. So viel, also um 6 Proz., können, auch bei sehr handlichen Stoffen, die in der Individualität, der zur Bestimmung benutzten Probe, begründeten Fehler betragen, welche auch sehr sorgfältigen Dichtebestimmungen anhaften.

Dieselben in dem besonderen Falle, wo es sich um Metalle handelt, zu eliminieren, erschien einfach genug. Die Metalle mußten nur einem hohen Druck ausgesetzt werden, um die, durch Gußfehler hervorgerufenen Abweichungen, auszuschalten. In welcher Weise das ausgeführt, wie der Druck gemessen wurde etc., darüber habe ich in der oben zitierten Arbeit auf p. 254—262 eingehend berichtet. Damals hatte ich den Druck

1) O. L. Erdmann, Journ. f. prakt. Chem. 27. p. 206. 1842.

bis auf 10000 Atm. gesteigert, später bin ich dann bis zu 20000 Atm. Druck gestiegen und habe über die erzielten Resultate am 20. November 1901 vor der Basler Naturforschenden Gesellschaft mit folgenden Worten berichtet, gepreßt wurden Pb, Cd, Cu, Zn, Sb, Au, Ag:

„Bis zum Druck von 10000 Atm. zeigen alle hier wiedergegebenen Zahlen, mit Ausnahme der für das Kadmium, daß die spezifischen Gewichte mit den Drucken zunehmen, wie das ja zu erwarten war, aber, setzen wir die Pressung fort, so zeigt es sich, daß diese Größen mit steigenden Drucken sinken, und zwar ohne Ausnahme für alle Metalle, die höheren Pressungen ausgesetzt wurden.

Damit kann natürlich nicht gesagt sein sollen, daß die Dichten immer bis 10000 Atm. Druck wachsen, um dann abzunehmen, sondern die Zahlen zeigen nur, daß bis zu diesem Druck für keines der untersuchten Metalle mit der genannten Ausnahme, . . . , ein Rückgang der Dichte bis unter den ursprünglichen Wert, sich hat nachweisen lassen.“¹⁾

Die Dichte der Metalle nimmt also unter hohen Drucken bis zu einem gewissen Punkte zu, um dann wieder abzunehmen. Diesen Punkt größtmöglicher Dichte, und damit des wahren spezifischen Gewichtes aufzufinden, hätte zweifellos ein großes theoretisches Interesse; ihn tastend, durch Probieren, zu suchen wäre langweilig und sehr zeitraubend. Es mußte also auf andere Mittel gesonnen werden.

Ein solches schien mir in der elektrischen Leitfähigkeit gegeben. Beobachtete man diese Größe während des Pressens, so mußte die Änderung derselben in dem Punkte, in dem die größtmögliche Zusammendrückbarkeit erreicht ist, und in Lockerung der Materie umschlägt, zweifellos das Vorzeichen wechseln, und damit wäre der gesuchte Maximaldruck gefunden. Die Anordnung des Versuches, auf den näher einzugehen ich hier keine Veranlassung habe, setzt die Verwendung von Leitungsdrähten, die zum Teil mit der Pressung ausgesetzt werden müssen, voraus. Dies veranlaßte mich zunächst der Änderung der Dichte der Drähte nachzugehen, um mich

1) G. W. A. Kahlbaum, Verhandl. d. Naturf. Gesellsch. in Basel 15. p. 17. 1903.

zu überzeugen, wie weit etwa dieser Größe bei den beabsichtigten Versuchen Rechnung zu tragen ist.

Die Änderung des spezifischen Gewichtes setzt voraus und bedeutet eine Änderung des molekularen Aufbaues der Stoffe. Daß eine solche beim Drahtziehen statthat, ergibt sich schon daraus, daß kalt gezogene Drähte spröde, rissig, abplasternd werden, und erst wenn sie erwärmt werden in den früheren elastischen, ein weiteres Ziehen ermöglichenden, Zustand zurückkehren.¹⁾

Es müssen, beim Verwandeln in Draht, die Metalle ein enges scharfrandiges Loch passieren. Das kann durch Ziehen oder Pressen geschehen (Natriumpresse). Dabei wird denselben gewissermaßen, wie man sagt, das Fell über die Ohren gezogen; hinter dem Zieheisen bildet sich ein Wulst zurückgehaltener Oberhaut, durch die Kohäsion zusammengehalten folgen die im Inneren befindlichen Molekeln dem Zug und pressen sich durch die Öffnung. Zu weiche Metalle, z. B. Blei, lassen sich deshalb nicht zu Draht ziehen, sie reißen, die Kohäsion ist zu gering.

Es werden also beim Drahtziehen die Metalle tatsächlich gepreßt, eine etwaige Änderung der Dichte muß also, wenn die Pressung hoch genug ist, nach Maßgabe unserer früheren Versuche, im Sinne einer Abnahme der Dichte verlaufen. Das war vorauszusehen, über einen etwaigen weiteren Verlauf der Änderungen ließen sich *begründete* Vermutungen nicht wohl aussprechen.

Früher habe ich mich zugunsten der Pyknometer- und gegen die Archimedische Methode der Dichtebestimmung ausgesprochen²⁾, aber schon damals konstatiert, daß bei sorgfältiger Platinierung der Aufhängefäden die durch „Dämpfung“ verursachten Fehler wesentlich gemindert werden könnten.³⁾

Mit freundlicher Unterstützung des Hrn. Dr. Ch. Ed. Guillaume, Abteilungsvorstand, und des Hrn. Dr. P. Chappuis, Ehrenmitglied des *Bureau international des Poids et Mesures* im

1) Nach S. Kalischer (Ber. Deutsch. chem. Gesellsch. 14. p. 2750. 1881) wird Zinkdraht bei Temperaturen über 300° wieder brüchig.

2) l. c. p. 202.

3) l. c. p. 201. Anm. 1.

Pavillon de Breteuil in Sèvres, die uns, meinem Mitarbeiter und mir, die bewährten Methoden dieses Institutes mitteilten, ist es uns gelungen, die früher gerügten Mängel gänzlich zu beseitigen und haben wir bei den folgenden Versuchen die Auftriebsmethode mit dem gleichen Erfolg wie früher die pyknometrische anwenden können.

Ich habe hier die Absicht nur über einen kleinen Teil der ausgeführten Bestimmungen zu berichten, die anderen mögen einer gemeinsamen Veröffentlichung mit meinem Mitarbeiter, Hrn. Apotheker E. Sturm, vorbehalten bleiben. Dazu wähle ich die am Platin gemachten Beobachtungen. Es ist mir hierbei eine Pflicht sowohl als ein Bedürfnis, dem außerordentlich lebenswürdigen Entgegenkommen der Firma W. C. Heräus in Hanau und ihren gentilen Leitern, die mir nicht nur das kostbare Material in liberalster Weise zur Verfügung stellten, sondern auch nach meinen Anweisungen die umständliche Arbeit, jeden der Drähte, um jede Verwechslung unmöglich zu machen, einzeln ziehen zu lassen, übernahm, meinen wärmsten und aufrichtigsten Dank auszusprechen.

Es wurden drei Reihen paralleler Versuche angestellt. Von dem Heräusschen Handelsplatin wurden aus einem Barren, dicht nebeneinander, drei Zylinder von etwa 6 mm Durchmesser und 35 mm Höhe bei einem Durchschnittsgewichte von je 32 g abgedreht und ihre Dichte hier bestimmt. Alsdann wurden diese in *Hanau*, ganz dem technischen Verfahren entsprechend, durch Walzen und Schmieden zu Stäbchen von etwa 3 mm Durchmesser und 55 mm Länge gestreckt, damit war ihnen die zum Drahtziehen notwendige Form gegeben. Auch von diesen Stäbchen wurde in *Basel* das spezifische Gewicht genommen. Nach *Hanau* zurückgesandt wurde jedes dieser Stäbchen nacheinander, immer von der Firma Heräus, zu Draht von 1,0, 0,7 und 0,4 mm gezogen. Hier in *Basel* wurde deren Dichte bestimmt und sie nach vollendeter Bestimmung, wie das in der Fabrik der Brauch, durch 3 Min. langes Erhitzen zur Weißglut erweicht und damit zur weiteren Verarbeitung vorbereitet. Ehe aber weiter gezogen wurde — die Drähte werden *kalt* gezogen —, wurden von den geglühten, erweichten Drähten wieder die Dichten genommen, so daß uns 3×3 Bestimmungen an sprödem, und ebensoviel an

elastischem Platindraht, also in Summa 18 Dichtebestimmungen von Platindrähten zur Verfügung standen.

Ehe ich nun zur Mitteilung der Resultate übergehe, sei noch an einem Beispiel unsere Arbeitsmethode erläutert. Gewogen wurde auf einer Bungeschen Wage mit Kollimatorablesung, die auf 0,0001 g noch mit einem Ausschlag von 2 Skt. reagierte. Über Art und Ausführung der Wägungen, Aufstellen der Wage, überhaupt alle bei solchen Präzisionswägungen zu beobachtenden Vorsichtsmaßregeln habe ich bereits an zwei Orten¹⁾ berichtet, ich kann mir also hier daran genügen lassen, darauf zu verweisen.

Beispiel: Bestimmung der Dichte eines Platindrahtes von 0,7 mm.

Nullpunkt der Wage kontrolliert.²⁾

1. Wägung	32,51542
2. „	32,51544
3. „	32,51543

Mittel 32,51543³⁾

Nach der Wägung wurde der Draht unter Wasser von der anhängenden Luft in dem von mir angegebenen Apparat⁴⁾ befreit und im luftverdünnten Raum, immer unter Wasser, zur Ausgleichung der Temperatur, die Nacht über, im Wagezimmer stehen gelassen. Am anderen Morgen wurde zunächst wieder der Nullpunkt der Wage kontrolliert, Luft in den Vakuumapparat gelassen, und der Draht aus dem luftfreien Wasser direkt in das Wasser⁵⁾, in dem er gewogen werden sollte, gehängt. Beide Wässer waren doppelt destilliert. Aufgehängt wurde der zu bestimmende Draht an einem Glasbügel, der mit haarfeinem platinieren Platindraht an der Wage befestigt war. Da ein gutes Platinieren für das ungestörte Spiel der

1) G. W. A. Kahlbaum, l. c. p. 202, und Verhandl. d. Naturf. Gesellsch. in Basel 16. p. 461. 1903.

2) Der Nullpunkt wurde stets vor und nach jeder Belastung der Wage kontrolliert.

3) Nach jeder Einzelwägung wurde die Wage entlastet, alle für die Rechnung verwendeten Zahlen sind das Mittel aus drei Einzelwägungen.

4) G. W. A. Kahlbaum, l. c. p. 237.

5) Da die absorbierte Luft die Dichtigkeit des Wassers, nach F. Kohlrausch, höchstens um einige Einheiten in der sechsten Dezimale vermindert, konnte der hierdurch eintretende Fehler vernachlässigt werden.

Wage von größter Wichtigkeit ist, so wurde darauf besondere Sorgfalt verwendet, und sowie sich die geringsten Störungen zeigten, von neuem platinirt. Zum völligen Ausgleich der Temperatur, die an einem, von der Reichsanstalt geprüften, beständig in das Wägewasser hängenden Thermometer abgelesen wurde, begann man mit der Wägung erst 1 Stunde nach dem Einhängen des Drahtes. Da immer bei Zimmertemperatur gewogen wurde, und ein zweites Thermometer die Temperatur der Luft im Wagekasten angab, so konnte die Temperatur der verhältnismäßig großen, 350 ccm betragenden Wassermenge während einer Wägung unschwer konstant gehalten werden.

Das Gewicht des 0,7 mm-Drahtes inklusive Bügel betrug in Wasser gewogen:

1. 31,32048
2. 32,32049
3. 31,32049

Mittel 31,32049

Die Temperatur des Wassers betrug 24,3° C. Das Gewicht des Bügels allein in Wasser gewogen betrug:

1. 0,81745
2. 0,81745
3. 0,81745

Mittel 0,81745

Mithin:

Draht in Wasser + Bügel	31,32049
Bügel	0,81745
<hr/>	
Draht in Wasser	31,00304
Draht in Luft	32,51543
Draht in Wasser	31,00304
<hr/>	
Verdrängung	1,51239

Daraus berechnet sich das spezifische Gewicht bei der Beobachtungstemperatur und auf den leeren Raum bezogen nach der Formel

$$s = \frac{m}{w} (G - \lambda) + \lambda,$$

worin m Gewicht in Luft, w Gewichtsverlust in Wasser,

G Dichtigkeit des benutzten Wägewassers, λ Dichtigkeit der Luft, bezogen auf Wasser (Mittelwert). Das ergibt

$$s = \frac{32,51548}{1,51289} (0,997251 - 0,00120) + 0,00120,$$

$$s = 21,4157.$$

Reduziert auf Wasser von 20° C. nach der Formel

$$S = s [1 + \alpha(t - T)],$$

worin s Dichte bei der Beobachtungstemperatur, α kubischer Ausdehnungskoeffizient des Platins, t Beobachtungstemperatur, $T = 20^\circ$. Daraus folgt

$$S = 21,4157 [1 + 0,00002697 (24,3 - 20,0)].$$

S spezifisches Gewicht des Platindrahtes Nr. 1 von 0,7 mm, ungeglüht, in erster Bestimmung

21,4180.

Solcher Bestimmungen wurden von jeder der drei Proben und in jeder Form stets drei ausgeführt, so daß die *endgültigen* Resultate, die wir nun folgen lassen, stets *das Mittel aus drei Bestimmungen geben*. Die im ganzen ausgeführten 69 Bestimmungen ergeben als *mittleren Fehler* das ganz außerordentlich günstige Resultat von nur 0,0004.

Alle Bestimmungen sind ausnahmslos von meinem Mitarbeiter Hrn. F. Sturm ausgeführt worden.

Tabelle I.

Abgedrehte Zylinder (I.) und geschmiedete und gewalzte Stäbchen (II.).

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3
I. Platinzylinder	$\left\{ \begin{array}{l} 21,2136 \\ 21,2137 \\ 21,2137 \end{array} \right\} 21,2137$	$\left\{ \begin{array}{l} 21,3061 \\ 21,3062 \\ 21,3057 \end{array} \right\} 21,3060$	$\left\{ \begin{array}{l} 21,1326 \\ 21,1323 \\ 21,1330 \end{array} \right\} 21,1326$
II. Platinstäbchen, geschmiedet und gewalzt	$\left\{ \begin{array}{l} 21,4317 \\ 21,4316 \\ 21,4308 \end{array} \right\} 21,4314$	$\left\{ \begin{array}{l} 21,4192 \\ 21,4190 \\ 21,4201 \end{array} \right\} 21,4194$	$\left\{ \begin{array}{l} 21,4147 \\ 21,4145 \\ 21,4140 \end{array} \right\} 21,4144$

Die Zahlen bestätigen das oben Gesagte, sie zeigen wie auch bei so geeignetem Material, wie es Platin ist, die Indivi-

dualität der benutzten Probe das Resultat beeinflußt. Bei den in nächster Nachbarschaft aus demselben Barren gedrehten Zylindern beträgt die Differenz der Dichten bis zu 0,1734; durch Schmieden und Walzen wird dasselbe um rund 1 Proz. im Mittel erhöht. Dagegen sinken die Differenzen der Dichten erheblich, und zwar auf 0,017 im Maximum, also genau auf den zehnten Teil des früheren Wertes. Auffallendes und Neues zeigen die Zahlen der Tab. I nicht. Wir haben es eben mit Gußfehlern zu tun, die durch mechanische Kraft verringert werden.

Anders und interessanter ist das Bild, das uns Tab. II zeigt.

Tabelle II.

Geschmiedete und gewalzte Stäbchen (II.) und 1 mm-Draht, kalt gezogen (III.).

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3
II. Platinstäbchen, geschmiedet und gewalzt	$\left. \begin{array}{l} 21,4317 \\ 21,4316 \\ 21,4308 \end{array} \right\} 21,4314$	$\left. \begin{array}{l} 21,4192 \\ 21,4190 \\ 21,4201 \end{array} \right\} 21,4194$	$\left. \begin{array}{l} 21,4197 \\ 21,4155 \\ 21,4140 \end{array} \right\} 21,4144$
III. Platindraht von 1,0 mm kalt gezogen	$\left. \begin{array}{l} 21,4139 \\ 21,4136 \\ 21,4132 \end{array} \right\} 21,4136$	$\left. \begin{array}{l} 21,4232 \\ 21,4224 \\ 21,4223 \end{array} \right\} 21,4226$	$\left. \begin{array}{l} 21,4229 \\ 21,4234 \\ 21,4235 \end{array} \right\} 21,4233$

Nr. 1, das auf das höchste Gewicht gehämmerte Platin, zeigt einen erheblichen *Rückgang* der Dichte, und zwar um 0,0178, bei einem mittleren Fehler von 0,0004, also weit oberhalb der Fehlergrenze. Nr. 2 und Nr. 3, die in der Dichte zurückgeblieben sind, zeigen noch eine, wenn auch geringere, Zunahme, um 0,0032 und 0,0089. Wie wir aber sehen werden, ist hinter dieser Zunahme aller Wahrscheinlichkeit nach eine Abnahme verborgen, die nur, weil Nr. 2 und Nr. 3 als Stäbchen nicht stark genug zusammengeschmiedet waren, nicht als solche zur Geltung kommt, und in ihrem Werte aus dem gleichen Grunde hinter der bei Nr. 1 gemessenen zurückbleibt. Die Maximaldifferenz ist noch weiter bis auf 0,0097 gesunken.

Das größte Interesse bietet Tab. III, die den Unterschied der Dichten von kalt gezogenen, spröden Drähten und geschmeidig geglühten zeigt.

Tabelle III.

Platindraht von 1,0, 0,7 und 0,4 mm, kalt gezogen (III., V., VII.), und nachträglich gegläht (IV., VI., VIII.).

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3
III. Platindraht von 1,0 mm, kalt gezogen	21,4189 21,4136 } 21,4136 21,4132	21,4282 21,4224 } 21,4226 21,4223	21,4229 21,4234 } 21,4233 21,4235
IV. Draht Nr. III, 3 Min. weiß gegläht	21,4317 21,4312 } 21,4314 21,4314	21,4324 21,4320 } 21,4323 21,4325	21,4325 21,4320 } 21,4324 21,4326
V. Platindraht von 0,7 mm, kalt gezogen	21,4180 21,4178 } 21,4181 21,4186	21,4155 21,4159 } 21,4157 21,4158	verunglückt
VI. Draht Nr. V, 3 Min. weiß gegläht	21,4310 21,4315 } 21,4314 21,4316	21,4318 21,4313 } 21,4315 21,4313	21,4354 21,4349 } 21,4332 21,4355
VII. Platindraht von 0,4 mm, kalt gezogen	21,4144 21,4143 } 21,4142 21,4138	21,4149 21,4146 } 21,4147 21,4147	21,4137 21,4135 } 21,4134 21,4130
VIII. Draht Nr. VII, 3 Min. weiß gegläht	21,4305 21,4310 } 21,4308 21,4310	21,4304 21,4312 } 21,4310 21,4313	21,4318 21,4322 } 21,4317 21,4313

Das sind die Resultate. Sie zeigen einmal die Bestätigung des früher Beobachteten: *zu starke Zusammenpressung hat einen Rückgang der Dichte zur Folge*. Ich habe diese Erscheinung früher schon mit dem analogen Verhalten der Gase, die bei sehr hohen Drucken dem Boyleschen Gesetz nimmer folgen — zu nahe aneinander gepreßte Atome stoßen einander ab — in Parallele gesetzt, und lasse mir daran, als Anhänger der Lehre von der Übereinstimmung der Zustände, vorerst genügen. Wie weit hierbei und bei der zweiten beobachteten Dichteänderung auch noch andere Faktoren, wie kristallines Gefüge, oder Verschiebung des Schmelzpunktes durch den Druck und dergl. mehr mitsprechen mögen, bleibe daher, bis mehr Material festeren Boden für die Diskussion geschaffen, unerörtert.

Das zweite und überraschende, dabei neue Resultat ist, daß, bei stark gepreßten Drähten, *durch starkes Glühen die*

Dichte wieder erhöht wird. Wir haben also anzunehmen, daß die Steigerung der lebendigen Kraft der Molekeln dieselben befähigt, in ihre normale Lage zurückzukehren.

Dieser, recht banale, Satz soll keine Erklärung der beobachteten Tatsachen sein, eine solche heute schon geben zu wollen hüte ich mich, ich verweise auf das oben Gesagte, hier genügt es *die Änderung des spezifischen Gewichtes aufs neue und in neuer Weise bestätigt zu haben.*

Bis dahin war die Arbeit im September 1903 fertig gestellt und an Hrn. Dr. Stefan Meyer, von dessen Hand das Manuskript noch den Vermerk: „Eingegangen am 29. September 1903“ trägt¹⁾, für die Boltzmann-Festschrift eingesendet worden. Unter dem Haupttitel aber stand damals: „von W. Spring in Lüttich und Georg W. A. Kahlbaum in Basel.“ Damit hatte es folgende Bewandnis.

Hr. W. Spring hat, wie bekannt, sich mit Preßversuchen bei Metallen schon vor Jahren beschäftigt. Meine Arbeiten führten mich absichtslos in dies sein Gehege, und ich fand, daß die Dichte der von mir untersuchten Metalle bei hohen Drucken abnahm. Auch Bestimmungen älterer Beobachter, unter ihnen solche von Hrn. Spring, zeigten für einzelne Metalle ein gleiches Verhalten. Da es sich aber eben immer nur um vereinzelte Fälle handelte, so war die überraschende Tatsache ganz unbeachtet geblieben.

Auf der Naturforscherversammlung in Hamburg 1901 berichtete ich über meine Beobachtungen und besuchte auf der Heimreise Hrn. Prof. W. Spring in Lüttich, um mit ihm persönliche Rücksprache zu nehmen. Im weiteren schriftlichen Verkehr verabredeten wir gemeinsame Bearbeitung des Themas. Als erste Frucht dieser Arbeiten, reichte ich die vorstehende Mitteilung, die ich gleichzeitig Hrn. Spring, den ich von den Resultaten schon vorher unterrichtet hatte, zusandte, für die Boltzmann-Festschrift ein.

Der vorgeschriebene beschränkte Umfang ließ es unzulässig erscheinen, den Anteil eines jeden von uns an der Entdeckung der Veränderlichkeit des spezifischen Gewichtes und das besprochene Zusammengehen bei der Fortsetzung dieser Studien

1) Dies bestätigt die Redaktion. Drude.

des längeren und breiteren auseinander zu setzen, und so schlug ich, unter der Voraussetzung, daß Hr. Spring auch zur Mitarbeit an der Boltzmann-Festschrift aufgefordert sei, als einfachstes Mittel, unser vollstes Einverständnis zu dokumentieren, den Doppeltitel vor.

Hr. Spring hatte aber *keine* Aufforderung zur Mitarbeit erhalten, und da er glaubte in dem Falle nicht mitwirken zu können, so zog *ich* auch *meine* Arbeit wieder zurück.

Seither hat nun Hr. Spring in einer Arbeit: „Sur la diminution de densité qu'éprouvent certains corps à la suite d'une forte compression et sur la raison probable de ce phénomène“¹⁾, seine weiteren Studien veröffentlicht und in lebenswürdigster Weise dabei eingehend meines Anteiles gedacht, so daß ich nun meinerseits auch meine Resultate ohne längere Einleitung „Zur Geschichte“ veröffentlichen kann.

Auch im Basler physikal.-chem. Laboratorium sind die Studien seither von meinem Mitarbeiter fortgesetzt worden. Zunächst noch an dem dritten Muster vom Platindraht 0,4 mm, dessen spezifisches Gewicht in voller Übereinstimmung zu dem früher gefundenen von 21,4317 kalt zu 0,1 mm gezogen auf 21,4133 sank und sich geglüht wieder bis auf 21,4346 hob.

In analoger Weise verhalten sich Drähte aus chemisch reinem Pt, aus Pt mit 10 Proz. Ir legiert, aus Al und Cu, und auch das Verhalten von gewalztem Al-Blech und gehämmerten Zn-Platten entspricht dem.

Eine Änderung des Leitungswiderstandes wurde bisher nach dem Glühen an kalt gezogenen Pt-, Pt-Ir-, Al- und Cu-Drähten nachgewiesen.

Die Arbeit wird nach allen den hier angedeuteten Richtungen fortgesetzt, auch wird versucht, die Änderung direkt volumometrisch zu messen.

Basel, Physik.-chem. Labor. d. Univ., 28. April 1904.

1) W. Spring, Bull. Acad. Roy. Belgique T. 1903. p. 1066—1082. Journ. de chim. et phys. 1. p. 593. 1904.

(Eingegangen 3. Mai 1904.)

**9. Über erzwungene Schwingungen
eines polarisierbaren Quecksilbertropfens;
von P. G. Gundry.**

(Hierzu Taf. III.)

1. Das Problem der kleinen Oszillationen einer Flüssigkeitskugel unter der Wirkung ihrer Oberflächenspannung ist theoretisch zuerst von Rayleigh¹⁾ ausgearbeitet worden. Das Resultat dieser Untersuchung ergibt, daß die stationären Schwingungsformen, welche symmetrisch um eine Achse liegen, den zu dieser Achse symmetrischen Kugelfunktionen der verschiedenen Ordnungen entsprechen, d. h. daß die Polargleichung des Schnittes der Kugel in ihrer gestörten Form mit einer Ebene durch die Achse geschrieben werden kann:

$$r = r_0 + r_n Z_n \sin 2\pi \frac{t}{\tau},$$

wo Z_n die Kugelfunktion der n^{ten} Ordnung ist. Die Periode τ irgendeiner der möglichen Schwingungen ist durch die Formel

$$\tau = \sqrt{\frac{3\pi\varrho \cdot V}{n \cdot (n-1) \cdot (n+2) \cdot \alpha}}$$

gegeben, wo V das Volumen der Kugel, ϱ ihre Dichtigkeit und α die Oberflächenspannung bedeutet. n ist eine ganze Zahl von zwei aufwärts. Wenn die Kugel von einer anderen Flüssigkeit von der Dichte σ umgeben ist, ergibt sich für die Schwingungsdauer die Zeit

$$(1) \quad \tau = \sqrt{\frac{3\pi V}{\alpha} \cdot \frac{(n+1)\varrho + n\sigma}{(n+1)n(n-1) \cdot (n+2)}}.$$

Hierbei wird angenommen, daß die andere Flüssigkeit unbegrenzte Ausdehnung hat. Es läßt sich jedoch zeigen, daß, wenn sie durch eine feste konzentrische kugelförmige Grenze von einem Radius, der den der inneren Kugel um das Zwanzigfache übertrifft, begrenzt ist, die durch diese Einschränkung hervorgerufene Korrektur kleiner als 1 : 100 000 ist.

1) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 29. p. 97. 1879; Scientific Papers 1. p. 400.

Die Oszillationen von Tropfen sind experimentell von Lord Rayleigh¹⁾ und Lenard²⁾ untersucht worden. Bei Rayleighs Versuchen, bei denen die periodische Abplattung und Verlängerung in einem Strom von fallenden Tropfen beobachtet wurde, betrug die Abweichung zwischen der beobachteten und berechneten Schwingungsdauer mehr als 20 Proz. Sie wurde der übermäßigen Amplitude zugeschrieben. Lenard benutzte diese Methode als Mittel zur Bestimmung der Oberflächenspannung und erhielt sehr gut übereinstimmende Resultate. Er fand auch, daß die Resultate übereinstimmend blieben, wenn die Amplitude stark variiert wurde. Alle diese Versuche wurden mit Tropfen, die von Gasen umgeben waren, gemacht und zwar unter Benutzung der ellipsoidischen Grundschiwingung. Die Oberschwingungen, welche wohl vorhanden sind, wenn der Tropfen von einer Öffnung herabfällt, sind in einer kurzen Entfernung von dieser abgeklungen, so daß von dort an beinahe rein ellipsoidale Schwingungen zur Beobachtung gelangen. Bei Lenards Versuchen wurde nahe der Öffnung die erste, Z_3 , entsprechende Oberschwingung der ellipsoidalen Form überlagert beobachtet und ihre Schwingungsdauer berechnet. Soweit mir bekannt ist, sind die reinen Z_3 , Z_4 , Z_5 . . . entsprechenden Oberschwingungen nicht beobachtet worden.

2. Die vorliegende Arbeit war in der Absicht unternommen worden, mit Hilfe von schwingenden Tropfen die Oberflächenspannung von Quecksilber in Elektrolyten zu messen. Die verwendete Methode war eine Resonanzmethode. Ein Wechselstrom wurde durch einen Elektrolyten geschickt, in dem die eine Elektrode der Quecksilbertropfen war. Hierdurch wird die Polarisierung und damit die Oberflächenspannung periodisch geändert. Wenn die Periode des Wechselstromes mit der Periode einer Eigenschwingung des Tropfens übereinstimmt, wird diese Eigenschwingung erregt. Es ergab sich, daß in Anbetracht der störenden Ursachen, die aus der Unterstützung des Tropfens entspringen, und die theoretisch nicht berücksichtigt sind, die Methode ungeeignet zur genauen Messung der Oberflächenspannung ist. Die Mitteilung der

1) Lord Rayleigh, l. c.

2) P. Lenard, Wied. Ann. 30. p. 209. 1887.

ausgeführten Versuche ist aus den Gesichtspunkten entsprungen, daß ich keine Erwähnung dieser Resonanzerscheinung gefunden habe, die einige interessante Eigentümlichkeiten hat und auch daraus, daß es allein durch eine Resonanzmethode möglich ist, die reinen Oberschwingungen zu erhalten.

3. Der Apparat, der gebraucht wurde, um den Tropfen zu erzeugen und zu halten, ist in der nebenstehenden Fig. 1 dargestellt. Die Stahlschraube *A* bewegt sich in einer Mutter,

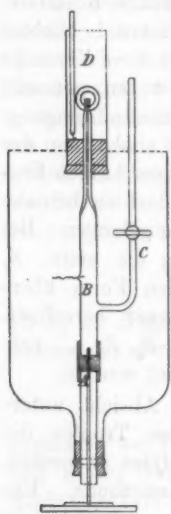


Fig. 1.

die in eine Glasröhre *B* eingekittet ist. Diese letztere war mit einer Kapillaren von ungefähr 1 mm innerem Durchmesser verbunden, deren Ende zu ungefähr $\frac{1}{8}$ mm innerer Weite ausgezogen war. Das Ende dieser Röhre war schwach konkav gemacht worden. Der Schraubenkopf von 7 cm Durchmesser hatte eine Kreisteilung in 180 Teile. Mittels der seitlichen Röhre *C*, die voll Quecksilber gehalten wurde, war es möglich, durch Öffnen des Hahnes das Quecksilber in den engen Teil der Kapillaren zu bringen. Indem man alsdann den Hahn schloß und die Schraube drehte, konnte man einen Tropfen von beliebiger Größe aus der Röhre herausdrücken, welcher auf ihrem Ende liegen blieb. Das äußere Gefäß Fig. 1 füllte man mit Eis, um die Temperatur des Quecksilbers und Stahls konstant zu halten. Die elektrische Verbin-

dung mit dem Tropfen wurde durch einen Platindraht hergestellt, der in die Röhre eingeschmolzen war. Das Ende der Kapillaren reichte durch einen Gummipfropfen in die Röhre *D* von 3 cm Durchmesser hinein, die ein planes Fenster hatte, durch das der Tropfen beobachtet wurde. In dieser Röhre *D* befand sich der Elektrolyt, und eine Schicht Quecksilber auf dem Boden derselben bildete die zweite Elektrode, in die ein Platindraht hineintauchte. Der Tropfen wurde durch ein horizontales aufgestelltes Mikroskop mit ungefähr 60 facher Vergrößerung beobachtet. Ich fand eine große Neigung des Tropfens, von dem Faden in der Kapillaren infolge der plötzlichen Druck-

verminderung bei seiner Bildung abzureißen. Eine kleine Spur von Luft, die an der Schraube haftet, bewirkt, daß der Tropfen infolge dieser Druckverminderung aus der Röhre herausschießt und nach kurzer Zeit abreißt. Es stellte sich als notwendig heraus, die Röhre auf solche Weise zu füllen, daß die Spur Luft auf ein Minimum reduziert wurde. Der Wechselstrom wurde erzeugt durch einen kleinen mit Saitenunterbrecher betriebenen Schlittenapparat (Länge der Primärspule $8\frac{1}{2}$, der Sekundärspule $6\frac{1}{2}$ cm; die Sekundärspule hat etwa 5000 Windungen), wobei die Stromstärke durch Verschiebung der Sekundärspule die Frequenz durch Regulierung der Saitenspannung mittels Schraube verändert werden konnte.

Der Elektrolyt war in den meisten Fällen verdünnte Schwefelsäure.

4. Die Resonanzerscheinung erhielt man leicht auf folgende Weise. Ein Tropfen von geeigneter Größe wurde aus der Kapillaren herausgedrückt und der Induktor in Tätigkeit gesetzt. Vergrößerte man jetzt die Spannung der Saite, so erreichte man einen Punkt, bei dem der Tropfen zu schwingen begann, stärker und stärker, wenn man die Unterbrechungszahl steigerte. Es wurde indessen rasch eine Spannung erreicht, bei welcher die Schwingungsamplitude ein Maximum zeigte, so daß eine Drehung der Schraube in der einen oder anderen Richtung die Schwingungsamplitude verringerte. Bei anderen Versuchen wurde die Unterbrechungszahl konstant gehalten, aber die Masse des Tropfens durch Drehung derjenigen Schraube verändert, welche das Quecksilber aus der Kapillaren herausdrückte. Man erhielt dann ein Maximum der Schwingungsamplitude bei einer bestimmten *Tropfengröße*, bei welcher sowohl Vergrößerung als Verkleinerung des Tropfens ein rapides Abnehmen bez. Verschwinden der Amplitude bewirkte. In den unten beschriebenen Versuchen wurde immer die letztere Methode als die zuverlässigere angewendet.

5. Zur Messung der Unterbrechungszahl wurde eine photographische Methode angewendet. Der Funke an der Unterbrechungsstelle einer elektrisch betriebenen Stimmgabel wurde über dem Funken des Saitenunterbrechers angeordnet. Die beiden Funken wurden mit einer Kamera photographiert, die schnell um eine vertikale durch den Mittelpunkt des Objektivs

gehende Achse rotierte. Auf diese Art wurde eine Reihe von Bildern der beiden Funken auf der Platte erhalten. Durch Vergleichung der mittleren Entfernung zweier aufeinander folgender Bilder jeder Serie auf korrespondierenden Teilen der Platte, besonders an den Stellen, welche einer gleichförmigen Rotation entsprachen, konnte aus der bekannten Schwingungszahl der Stimmgabel (128 Schwingungen in der Sekunde) die Schwingungszahl der Saite bis auf ungefähr 1 Proz. ermittelt werden.

6. Die genaue Messung der Masse des Tropfens bereitete infolge seiner Kleinheit große Schwierigkeiten. Für große Tropfen wurde sie aus der zur Bildung des Tropfens nötigen Drehung der Schraube ermittelt, indem einer ganzen Umdrehung eine Masse von 0,058 g entsprach. Für sehr kleine Tropfen wandte ich folgendes Verfahren an. Dem Tropfen wurde die für die Resonanz geeignete Größe gegeben, wobei seine Schwingungen so groß wurden, daß er von der Säule abriß. Der Tropfen wurde dann aufgefangen. Dies wurde drei- oder viermal wiederholt, bis genügend Quecksilber für eine genaue Wägung vorhanden war. Dabei konnte man beobachten, daß das Abreißen des Tropfens sehr nahe am äußersten Ende der Kapillaren stattfand.

7. Für die fundamentale oder ellipsoidale Schwingung ist $n = 2$ und die Schwingungszahl N also durch die Formel gegeben:

$$\sqrt{\frac{8}{3} \frac{\alpha}{\pi m} \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \frac{\sigma}{\rho}}},$$

für welche man setzen kann:

$$\sqrt{\frac{8}{3} \frac{\alpha}{\pi m} \cdot \frac{1}{1,05}},$$

da σ angenähert gleich 1, und ρ gleich 13,6 ist.

Da die erregenden Schwingungen nicht sinusförmig waren, mußte man erwarten, daß, wenn m die Masse des Tropfens mit der natürlichen Schwingungszahl N ist, nicht nur ein Tropfen von der Masse m , sondern auch Tropfen von der Masse $m/2^2$, $m/3^2$. . . in Resonanz mit einer erregenden Schwingung von der Frequenz N seien, da Tropfen dieser Massen die Schwingungszahlen $2N$, $3N$ etc. haben. Es zeigte

sich, daß dies der Fall war. Die Schwingungen waren in dem Falle dieser kleineren Tropfen überdies viel leichter zu erzeugen als die des größeren Tropfens mit der Grundschiwingung *N*. Um die Resonanz der größeren Tropfen zu erhalten, war es notwendig, die Sekundärspule fast ganz über die Primärspule zu schieben. Wenn die Sekundärspule zur Primärspule hin bewegt wurde, wurde ein Punkt erreicht, bei dem die Resonanz plötzlich begann, und die Amplitude nach einer kurzen Zeit so groß wurde, daß der Tropfen gewöhnlich von der Quecksilbersäule abriß. Wenn die Sekundärspule von der Primärspule hinweg bewegt wurde, erreichte man einen Punkt, an welchem die Schwingungen plötzlich aufhörten, aber dieser Punkt lag immer weiter auswärts als der, bei dem die Schwingungen begannen, wenn die Sekundärspule einwärts bewegt wurde. Für das zwischen diesen beiden Punkten liegende Gebiet war es bisweilen möglich, die Schwingungen durch einen leisen Schlag auf die Röhre hervorzurufen. Mit der Vibration war immer eine Trübung der Flüssigkeit verbunden. Bei den kleineren Tropfen wurde andererseits die Resonanz bei großen Entfernungen zwischen den beiden Spulen beobachtet und die Schwingungen nahmen allmählich an Stärke zu, wenn die Sekundärspule zu der Primärspule hin bewegt wurde. Dabei wurde keine Trübung bemerkt. Ein Beispiel dieses Unterschiedes möge hier gegeben werden. Die Amplitude wurde durch eine Mikrometerskala im Okulare des Mikroskopes gemessen (1 Teilstrich = 0,0258 mm).

Kleine Tropfen. Masse = 0,0031 g. Große Tropfen. Masse = 0,0117 g.

Entfernung zwischen den Spulen in cm	Amplitude	Entfernung zwischen den Spulen in cm	Amplitude
25,5	noch erkennbar	9	22
22	0,8	9,5	23
17	1,0	10	24
16	1,8	10,4	21
15	2,4	11	22
14	3,0	11,2	0
13	3,5		
12	4,0	11	0
11	7,5	10	0
10,5	9,0	9	0
10	10,0	8,7	0
		8,5	22

Sekundär-
spule
auswärts
bewegt

Sekundär-
spule
einwärts
bewegt

Entfernung zwischen den Spulen heißt dabei: Entfernung in Zentimetern der Sekundärspule von derjenigen Lage, in welcher sie die Primärspule symmetrisch bedeckt. Bei Entfernungen unter etwa 8 cm wurde die Primärspule von der sekundären teilweise überlagert. Beide Tropfen standen für dieselbe Schwingungszahl in Resonanz. Man sieht, daß der kleinere ungefähr ein Viertel der Größe des größeren hat. Nach dem Verhalten des größeren Tropfens scheint es, als wenn, sobald die Schwingungen anfangen, die Kraft, welche sie hervorbringt, vergrößert wird, so daß es nicht möglich ist, den Tropfen mit einer kleineren Amplitude in Resonanz schwingend zu erhalten, da dies ein instabiler Zustand ist. Dieses eigentümliche Verhalten wurde nur gefunden, wenn die unlösliche Substanz gebildet wurde. Die Schwingungen scheinen, indem sie die Diffusion unterstützen, einer schnelleren Bildung dieser Substanz günstig zu sein.

8. Nach der theoretischen Formel ist die Schwingungszahl N proportional mit $1/\sqrt{m}$, vorausgesetzt, daß die Oberflächenspannung konstant bleibt. Ich habe Messungen von N und m gemacht, um diese Beziehung zu bestätigen. In der folgenden Tabelle ist die Masse des in Resonanz stehenden Tropfens für verschiedene Schwingungszahlen angegeben. In jedem Falle sind zwei oder drei gesonderte Messungen der Masse mitgeteilt. Bei den ersten fünf Tropfen wurden jedesmal immer sechs Tropfen, bei den letzten drei wurden drei Tropfen zusammen gewogen. Bei diesen Messungen gelangten die Grundschwingungen zur Verwendung.

Masse des Tropfens in g		Schwingungs- zahl	Masse \times (Schwin- gungszahl) ³
0,00523 } 0,00528 }	0,00525	190	189
0,00623 } 0,00626 }	0,00625	170	180
0,00837 } 0,00860 }	0,00848	154	200
0,01130 } 0,01093 }	0,0111	139	215

Masse des Tropfens in g		Schwingungs- zahl	Masse \times (Schwin- gungszahl) ²
0,0145	} 0,0144	120	207
0,0148			
0,0145			
0,0173	} 0,0174	111	215
0,0175			
0,0195	} 0,0189	107	215
0,0187			
0,0186			
0,0210	} 0,0209	108	221
0,0209			

Es liegen hier in den experimentellen Verhältnissen jedoch störende Ursachen von Bedeutung vor. Es scheint nach einigen photographischen Momentaufnahmen, die ich von dem schwingenden Tropfen gemacht habe, daß seine Form von der ellipsoidalen in dem Falle der kleinen Tropfen viel mehr als bei größeren abwich. Dies ist wahrscheinlich durch die Berührung mit der Quecksilbersäule in der Kapillaren verursacht. Eine andere störende Ursache liegt in der Schwere des Tropfens und in der Oberfläche, auf die der Tropfen gestützt wird, auf welche beide theoretisch keine Rücksicht genommen werden kann.

9. Wie man sieht, ergibt sich für Tropfen zwischen 0,01 und 0,02 g Masse eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung. Nach dem Werte 214 für $m \cdot N^2$ berechnet sich der Wert für die Oberflächenspannung nach der Formel (1)

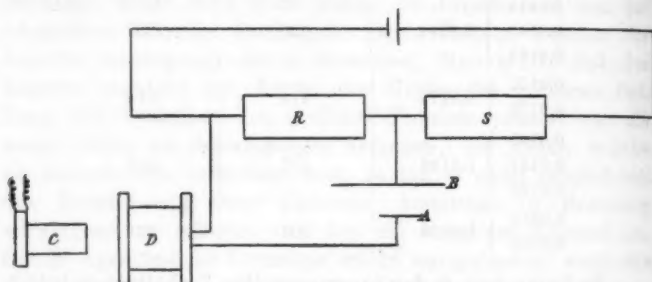
$$\frac{2}{3} \pi \times 1,05 \times 214 = 264 \text{ Dynen pro cm.}$$

Der von Paschen¹⁾ gefundene Wert für eine Schwefelsäure von gleicher Stärke beträgt 312 Dynen pro Zentimeter.

10. Es wurden auch Versuche gemacht über den Effekt dauernder kathodischer Polarisation. Da die Masse des für eine gegebene Schwingungszahl in Resonanz stehenden Tropfens proportional der Oberflächenspannung ist, so sollte eine Kurve, in der die Ordinaten die Massen (oder Volumina) der in Resonanz stehenden Tropfen und die Abszissen die respektiven

1) F. Paschen, Wied. Ann. 40. p. 36. 1890.

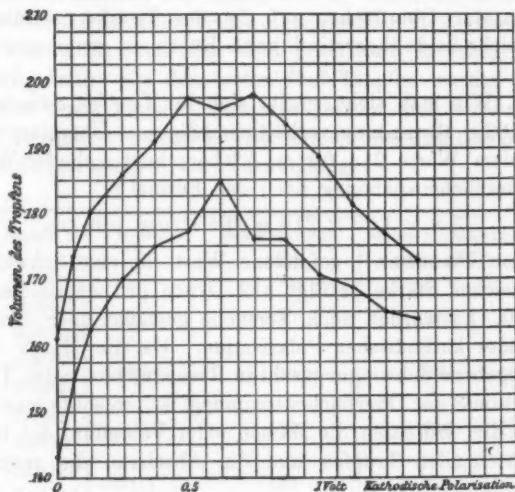
polarisierenden elektromotorischen Kräfte sind, den kapillar-elektrischen Kurven gleichartig sein. Die benutzte Anordnung ergibt sich aus der Fig. 2.



A Quecksilbertropfen. B Große Elektrode. C Primärspule. D Sekundärspule.

Fig. 2.

R und S sind Widerstände, die so variiert werden können, daß $R + S$ konstant bleibt. Die mittlere polarisierende elektromotorische Kraft wurde zu $R / R + S \times$ elektromotorische Kraft der Batterie genommen.



Kurve 1.

Was die mittlere polarisierende elektromotorische Kraft in diesem Falle ist, ist einigermaßen ungewiß, und es ist allein zulässig, die Resultate in der Art zu verwerten, daß man den qualitativen Einfluß einer Änderung der mittleren polarisierenden elektromotorischen Kraft auf die Schwingungen des Tropfens in Betracht zieht. Die beiden Kurven (1) entsprechen zwei verschiedenen Schwingungszahlen. Das Volumen des Tropfens ist in Teilstreichen des Schraubenkopfes ausgedrückt angegeben. Man bemerkt eine qualitative Gleichartigkeit der Kurven mit denen von Lippmann; das gleiche fand statt bei einer verdünnten Lösung von Kaliumhydroxyd.

Die Schwingungen waren in diesem Falle diejenigen der ersten Oberschwingung ($n = 3$) (vgl. unten). Es ist zu bemerken, daß die Schwingungen in der Nachbarschaft des Maximums der Oberflächenspannung sehr viel schwächer als an anderen Stellen waren.

11. Die $n = 3$ entsprechende Schwingung ist bei dieser Methode gut zu beobachten. Die Verhältnisse der Unterstützung des Tropfens scheinen für diese Schwingung günstig zu sein, die leicht hervorgerufen wird. Die Gleichung der Kurve, welche durch Rotation um eine vertikale Achse die Form des Tropfens bei seiner Schwingung gibt, lautet:

$$r = r_0 + r_3 \left(\frac{1}{4} \cos^3 \Theta - \frac{3}{4} \cos \Theta \right),$$

wo r_0 und r_3 von der Größe des Tropfens und der Amplitude abhängt. Fig. 3 zeigt die theoretische Form des Tropfens

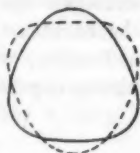


Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.

an den Enden seiner Schwingung. Figg. 4 und 5 sind die Umrisse von vergrößerten Photographien des Tropfens, die durch Momentaufnahmen erhalten wurden.

Aus der Formel (1) ergibt sich, daß die Massen der beiden Tropfen, welche für dieselbe Schwingungszahl in den Formen

der fundamentalen Schwingung und der der ersten Oberschwingung in Resonanz sind, in dem Verhältnis

$$\frac{(3+2) \cdot 3 \cdot (3-1)}{(2+2) \cdot 2 \cdot (2-1)} = \frac{30}{8} = 3,75$$

stehen müssen. Durch das Experiment gefundene Verhältnisse sind aus der folgenden Tabelle zu ersehen. Die angegebenen Zahlen sind proportional dem Volumen der betreffenden Tropfen, indem sie die Teilstriche darstellen, um welche die Schraube gedreht wurde, um die Tropfen hervorzubringen. Die verschiedenen Reihen entsprechen verschiedenen Schwingungszahlen.

Fundamentale Schwingung	Erste Oberschwingung	Verhältnis
23	89	3,86
35	136	3,89
41	160	3,90
48	191	3,98
56	230	4,11

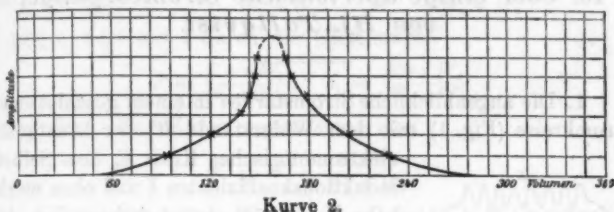
Wenn man die Größe des Tropfens über die zur Resonanz in der ersten Oberschwingung erforderliche vergrößerte, waren auch Resonanzen in anderen Formen zu beobachten. Diese waren in den meisten Fällen nicht symmetrisch um die vertikale Achse. Eine symmetrische Schwingung war indessen für ein Tropfenvolumen ungefähr gleich dem Vierfachen des der ersten Oberschwingung entsprechenden zu beobachten. Ersichtlich ist das Verhältnis der Massen von Tropfen, welche die $n = 5$ und $n = 3$ entsprechenden Schwingungen geben:

$$\frac{(5+2) \cdot 5 \cdot (5-1)}{(3+2) \cdot 3 \cdot (3-1)} = 4,7$$

nach der Formel (1). Es zeigte sich, daß, wenn die Schwingung der dritten Oberschwingung ($n = 5$) einigermaßen entspricht, doch nur eine schwache Annäherung an die theoretische Form zu beobachten war.

Die Schwingungen sind, besonders in dem Falle der Oberschwingungen, stark gedämpft. Dies ist aus dem Mangel an

Schärfe der Resonanz zu ersehen. Die folgende Kurve 2 zeigt die Amplituden für Tropfen verschiedener Größe, die die Formen der ersten Oberschwingung hatten.



Kurve 2.

Die maximale Amplitude entspricht sieben Teilstreichen des Okularmikrometers.

12. Die Photographien der schwingenden Tropfen wurden aufgenommen mit einer Kamera, die um eine durch das Zentrum des Objectives gehende vertikale Achse rotierte. Als Beleuchtungsquelle wurde das Licht eines kräftigen Funkens zwischen Aluminiumelektroden benutzt, der einer großen Leidener Flasche entnommen wurde. Dieser Funke wurde direkt hinter dem zylindrischen Gefäße angebracht, das den Elektrolyten enthielt, so daß der Funke als eine Lichtfläche erschien, in der der Tropfen als dunkles Bild zu sehen war. In den aufgenommenen Photographien ist der Tropfen in sehr verschiedenen Phasen seiner Schwingung zu sehen und unter diesen wurden diejenigen, welche entgegengesetzten äußersten Schwingungsphasen zu entsprechen schienen, ausgeschnitten und vergrößert. Die Serie *A* (Taf. III) stellt Photographien eines Tropfens von ungefähr 0,026 g Masse dar, der seine Grundschwingung ausführt. Die Serie *B* zeigt einen Tropfen von ungefähr 0,042 g Masse, der seine erste Oberschwingung ausführt.

Die obigen Versuche sind in dem Physikalischen Institute der Universität Berlin gemacht worden und ich ergreife die Gelegenheit, Hrn. Geheimrat Warburg meinen Dank für wertvolle Ratschläge während der Arbeit auszusprechen.

(Eingegangen 3. Mai 1904.)

10. Über einige aperiodische Stromvorgänge; von Hj. Tallqvist.

1. Die augenblickliche Stromstärke i in einem geschlossenen Stromkreise (Fig. 1) mit dem Widerstande W , der konstanten elektromotorischen Kraft E , dem Selbstinduktionskoeffizienten L und ohne merkbare Kapazität genügt bekanntlich der Differentialgleichung

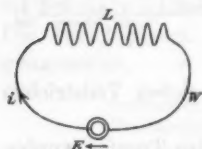


Fig. 1.

$$(1) \quad E - L \frac{di}{dt} = iW.$$

Wird der ursprünglich offene Stromkreis zur Zeit $t = 0$ geschlossen, so ergibt sich hieraus die in den Lehrbüchern enthaltene Gleichung

$$(2) \quad i = \frac{E}{W} \left(1 - e^{-\frac{W}{L}t} \right).$$

Unmittelbar nach dem Öffnen bestehen ferner die Gleichungen

$$(3) \quad -L \frac{di}{dt} = iW,$$

$$(4) \quad i = \frac{E}{W} e^{-\frac{W}{L}t}.$$

Je kleiner L ist, um so schneller verlaufen die veränderlichen Zustände.

Es dürfte von Interesse sein, diese für einen unverzweigten Stromkreis geltenden Resultate auf einige verzweigte Stromkreise auszudehnen.

2. Mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze findet man für den verzweigten Stromkreis in Fig. 2 mit den dort eingetragenen Bezeichnungen

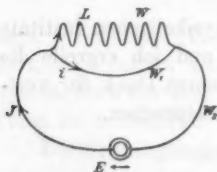


Fig. 2.

$$\begin{cases} J = i + i_1, \\ E = JW_2 + i_1 W_1, \\ E - L \frac{di}{dt} = JW_2 + iW. \end{cases}$$

Durch Elimination von J und i_1 ergibt sich für i die Differentialgleichung

$$(5) \quad L \frac{di}{dt} + \frac{W W_1 + W W_2 + W_1 W_2}{W_1 + W_2} i = \frac{W_1}{W_1 + W_2} E.$$

J und i_1 sind mit i durch die Gleichungen

$$J = \frac{E + i W_1}{W_1 + W_2}, \quad i_1 = \frac{E - i W_2}{W_1 + W_2}$$

verbunden. Der Kürze wegen setze man

$$W' = W + \frac{W_1 W_2}{W_1 + W_2}.$$

Ist das Bahnstück W_2 oder das Bahnstück W ursprünglich irgendwo unterbrochen und wird es zur Zeit $t=0$ wiederhergestellt, so folgt durch Integration der Gleichung (5)

$$(6) \quad i = \frac{W_1}{W W_1 + W W_2 + W_1 W_2} E \left\{ 1 - e^{-\frac{W'}{L} t} \right\}.$$

Wäre das Bahnstück W_1 zuerst offen und würde es bei $t=0$ geschlossen, so erhielte man

$$(7) \quad i = \frac{E}{W W_1 + W W_2 + W_1 W_2} \left\{ W_1 + \frac{W W_2}{W + W_2} e^{-\frac{W'}{L} t} \right\}.$$

Die Stromstärke i wächst in dem ersten Falle von Null bis zu dem Endwerte

$$i = \frac{W_1}{W W_1 + W W_2 + W_1 W_2} E$$

und nimmt in dem zweiten Falle von $E/W + W_2$ bis zu demselben Endwerte ab.

Wird die Stromquelle E zur Zeit $t=0$ ohne Änderung des Widerstandes W_2 plötzlich entfernt, so gelten die Gleichungen

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} + W' i = 0, \\ J = \frac{W_1}{W_1 + W_2} i, \quad i_1 = -\frac{W_2}{W_1 + W_2} i \end{cases}$$

und man findet

$$(8) \quad i = \frac{W_1}{W W_1 + W W_2 + W_1 W_2} E e^{-\frac{W'}{L} t}.$$

Alle Stromstärken sinken dabei bis Null.

Eine veränderliche Strömung erhält man auch, wenn man statt E zu entfernen, eines der Bahnstücke W , W_1 oder W_2

plötzlich abbricht. In allen diesen Fällen berechnet man ohne Schwierigkeit sämtliche Stromstärken als Funktionen der Zeit.

3. Für den in Fig. 3 dargestellten Stromkreis gelten die Gleichungen

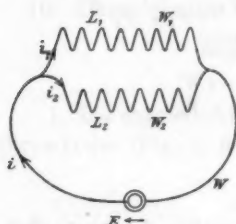


Fig. 3.

$$(9) \quad \begin{cases} i = i_1 + i_2, \\ E - L_1 \frac{di_1}{dt} = iW + i_1 W_1, \\ E - L_2 \frac{di_2}{dt} = iW + i_2 W_2. \end{cases}$$

Durch Elimination von i_1, i_2 und ihren Ableitungen berechnet man für i die Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} L_1 L_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + \{(W + W_2) L_1 + (W + W_1) L_2\} \frac{di}{dt} \\ + (W W_1 + W W_2 + W_1 W_2) i = (W_1 + W_2) E. \end{aligned} \right.$$

Abgesehen von der rechten Seite gilt dieselbe Gleichung für i_1 und i_2 . Man setze

$$(11) \quad W' = W + \frac{W_1 W_2}{W_1 + W_2},$$

sowie

$$(12) \quad \begin{cases} 2a = \frac{W + W_1}{L_1} + \frac{W + W_2}{L_2}, \\ b = \frac{W W_1 + W W_2 + W_1 W_2}{L_1 L_2}. \end{cases}$$

$$(13) \quad \lambda_1 = a + \sqrt{a^2 - b}; \quad \lambda_2 = a - \sqrt{a^2 - b},$$

und erhält

$$(14) \quad 4(L_1 L_2)^2 (a^2 - b) = \{(W + W_2) L_1 - (W + W_1) L_2\}^2 + 4 W^2 L_1 L_2.$$

Weil die Größe $a^2 - b$ positiv ist, so hat jede in dem betrachteten Stromkreise verlaufende veränderliche Strömung einen aperiodischen Charakter. Wird das Bahnstück W zur Zeit $t=0$ geschlossen, so bestehen die Anfangsbedingungen

$$i = 0, \quad \frac{di}{dt} = \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} = \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} E,$$

und es ergibt sich

$$(15) \quad \begin{cases} i = \frac{E}{W'} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\left(\lambda_2 - \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} W' \right) e^{-\lambda_1 t} \right. \right. \\ \quad \left. \left. - \left(\lambda_1 - \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} W' \right) e^{-\lambda_2 t} \right] \right\}, \\ \frac{di}{dt} = \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \frac{E}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ \left(\lambda_1 - \frac{W_1 + W_2}{L_1 + L_2} \right) e^{-\lambda_1 t} \right. \\ \quad \left. - \left(\lambda_2 - \frac{W_1 + W_2}{L_1 + L_2} \right) e^{-\lambda_2 t} \right\}. \end{cases}$$

Man ersieht aus der Gleichung

$$(16) \quad \left(\lambda_1 - \frac{W_1 + W_2}{L_1 + L_2} \right) \left(\lambda_2 - \frac{W_1 + W_2}{L_1 + L_2} \right) = - \frac{(W_2 L_1 - W_1 L_2)^2}{L_1 L_2 (L_1 + L_2)^2},$$

daß di/dt für keinen positiven Wert von t Null wird. Die Stromstärke i wächst also ohne Maximum von Null zu dem Endwerte E/W' in dem permanenten Zustande.

Besteht die Beziehung

$$(17) \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{W_1}{W_2},$$

so hat die Größe λ_2 den Wert

$$\frac{W_1 + W_2}{L_1 + L_2} = \frac{W_1}{L_1}$$

und an Stelle (10) tritt die Gleichung erster Ordnung

$$(18) \quad \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \frac{di}{dt} + W' i = E.$$

Der Vergleich mit (1) zeigt, daß die Stromstärke i sich in derselben Weise ändert, wie in einem unverzweigten Stromkreise mit dem Widerstande W' und dem Selbstinduktionskoeffizienten

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}.$$

4. Findet zwischen den beiden Bahnzweigen W_1 und W_2 in Fig. 3 eine gegenseitige Induktion mit dem Koeffizienten M statt, so bestehen die Gleichungen

$$(19) \quad \begin{cases} i = i_1 + i_2, \\ E - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = i W + i_1 W_1, \\ E - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = i W + i_2 W_2 \end{cases}$$

und man berechnet für i die Differentialgleichung

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} (L_1 L_2 - M^2) \frac{d^2 i}{dt^2} + \{W(L_1 + L_2 - 2M) + W_2 L_1 + W_1 L_2\} \frac{di}{dt} \\ + (W W_1 + W W_2 + W_1 W_2) i = (W_1 + W_2) E. \end{aligned} \right.$$

Daß auch jetzt nur ein aperiodischer Vorgang möglich ist, zeigt die Gleichung

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} & 4(W + W_1)(W + W_2)(L_1 L_2 - M^2)(a^2 - b) \\ & = (W W_1 + W W_2 + W_1 W_2) \{ (W + W_2) L_1 - (W + W_1) L_2 \}^2 \\ & + \{ W [(W + W_2) L_1 + (W + W_1) L_2] \\ & - 2(W + W_1)(W + W_2) M \}^2. \end{aligned} \right.$$

Ist speziell

$$(22) \quad \frac{L_1 - M}{L_2 - M} = \frac{W_1}{W_2},$$

so tritt statt der Differentialgleichung (20) die einfachere Gleichung

$$(23) \quad \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \frac{di}{dt} + \left(W + \frac{W_1 W_2}{W_1 + W_2} \right) i = E$$

auf und die Strömung der Elektrizität verläuft wie in einem unverzweigten Stromkreise mit dem Selbstinduktionskoeffizienten

$$(24) \quad L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}.$$

5. Neben einem unverzweigten Hauptstromkreise befinde sich ein geschlossener Nebenstromkreis, auf den der erstere induzierend einwirkt (Fig. 4). Alsdann folgt

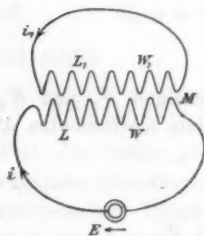


Fig. 4.

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} E - L \frac{di}{dt} - M \frac{di_1}{dt} &= i W, \\ - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di}{dt} &= i_1 W_1 \end{aligned} \right.$$

sowie ferner nach Elimination von i_1

$$(26) \quad (L L_1 - M^2) \frac{d^2 i}{dt^2} + (W_1 L + W L_1) \frac{di}{dt} + W W_1 i = W_1 E.$$

Die Stromstärke i_1 genügt derselben Differentialgleichung ohne rechte Seite. Man setze jetzt

$$(27) \quad \begin{cases} 2a = \frac{W_1 L + W L_1}{L L_1 - M^2}, \\ b = \frac{W W_1}{L L_1 - M^2}, \end{cases}$$

$$(28) \quad \lambda_1 = a + \sqrt{a^2 - b}; \quad \lambda_2 = a - \sqrt{a^2 - b};$$

dann ergibt sich

$$(29) \quad 4(L L_1 - M^2)^2 (a^2 - b) = (W_1 L - W L_1)^2 + 4 W W_1 M^2,$$

d. h. die Stromvorgänge sind aperiodisch.

Beim plötzlichen Schließen des Hauptkreises ist für $t=0$ $i=0$ und $i_1=0$; man berechnet dann

$$(30) \quad \begin{cases} i = \frac{E}{W} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\left(\lambda_2 - \frac{L_1 W}{L L_1 - M^2} \right) e^{-\lambda_1 t} - \left(\lambda_1 - \frac{L_1 W}{L L_1 - M^2} \right) e^{-\lambda_2 t} \right] \right\}, \\ \frac{di}{dt} = \frac{L_1}{L L_1 - M^2} \frac{E}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ \left(\lambda_1 - \frac{W_1}{L_1} \right) e^{-\lambda_1 t} - \left(\lambda_2 - \frac{W_1}{L_1} \right) e^{-\lambda_2 t} \right\}. \end{cases}$$

$$(31) \quad \begin{cases} i_1 = \frac{M}{L L_1 - M^2} \frac{E}{\lambda_1 - \lambda_2} \{ e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \}, \\ \frac{di_1}{dt} = - \frac{M}{L L_1 - M^2} \frac{E}{\lambda_1 - \lambda_2} \{ \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \}. \end{cases}$$

Die Gleichung

$$(32) \quad \left(\lambda_1 - \frac{W_1}{L_1} \right) \left(\lambda_2 - \frac{W_1}{L_1} \right) = - \frac{M^2 W_1^2}{L_1^2 (L L_1 - M^2)}$$

zeigt, daß i zwischen $t=0$ und $t=\infty$ keinen extremen Wert besitzt, sondern also fortwährend wächst. Bei i_1 ergibt sich zur Zeit

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

ein extremer Wert, welcher das entgegengesetzte Zeichen zu M hat. Der Strom i_1 verläuft die ganze Zeit in demselben Sinne; die beiden Endwerte sind Null.

6. Fügt man zu irgend einem der betrachteten Stromkreise einen Kondensator, so erhält man im allgemeinen

sowohl oszillierende wie aperiodische Stromvorgänge, welchen der Verfasser eine ausführliche theoretische und experimentelle Untersuchung gewidmet hat¹⁾; die oben betrachteten Fälle können auch als Grenzfälle von diesen angesehen werden, wenn die Kapazität des Kondensators ins Unendliche wächst. In bezug auf die experimentelle Untersuchung beider Fälle ist ein wesentlicher Unterschied vorhanden, je nachdem man die augenblickliche Ladung eines Kondensators zu messen hat oder die augenblickliche Stromstärke direkt bestimmen mußte.

Stockholm, im Mai 1904.

1) Hj. Tallqvist, Acta Soc. Scien. Fenn. 28. Nr. 1.

(Eingegangen 16. Mai 1904.)

11. *Bemerkung über die Theorie der Oberflächenspannung von H. Hulshof*¹⁾;
von G. Bakker.

Durch van der Waals wurde der ordentlichen Versammlung der naturphilosophischen Abteilung der Koninkl. Akad. van Wetensch. zu Amsterdam am 29. Januar 1900 eine Arbeit H. Hulshofs über Oberflächenspannung vorgelegt. Später ist diese Arbeit erschienen in dieser Zeitschrift am 30. Oktober 1900. Der Verfasser sagt am Ende: „Der Hauptinhalt des hier Mitgeteilten wurde schon unter dem Namen des Verfassers von Prof. van der Waals für den Bericht der ordentlichen Versammlung der naturphilosophischen Abteilung der Koninkl. Akad. van Wetensch. zu Amsterdam am 29. Januar 1900 vorgelegt und darin aufgenommen. Die Erwähnung erachte ich hier für erwünscht, da eine geraume Zeit nachher Mitteilungen über diesen Gegenstand gemacht worden sind von einem Autor, der meine Mitteilung an die Koninkl. Akad. van Wetensch. nicht erwähnt hat.“

Dies gibt mir Anlaß zu folgenden Bemerkungen. Hulshof berechnet erstens die Kohäsion (den Molekulardruck) in der Richtung senkrecht zur Flüssigkeitsoberfläche und findet:

$$(1) \quad a \rho^3 + c_2 \rho \frac{d^2 \rho}{dh^2} + \frac{c_1}{2} \left(\frac{d\rho}{dh} \right)^2.$$

Er vermehrt nun diesen Ausdruck um den äußeren Druck p_1 und setzt die Summe gleich $p + a \rho^3$, wenn p den Druck darstellt, der zu einem Zustande in homogener Phase der Dichtigkeit ρ gehört. Also findet er:

$$(2) \quad p_1 - p = -c_2 \rho \frac{d^2 \rho}{dh^2} + \frac{c_1}{2} \left(\frac{d\rho}{dh} \right)^2,$$

ein Resultat, welches van der Waals in seiner thermodynamischen Theorie der Kapillarität abgeleitet hat. Von ganz anderen Betrachtungen ausgehend, wie van der Waals, findet

1) H. Hulshof, Ann. d. Phys. 4. p. 187 ff. 1901.

er also dieselbe Beziehung zwischen p_1 und p . Ich muß aber bemerken, daß diese Beziehung, welche also durch Hulshof am 8. Februar 1900 publiziert ward, durch mich auf ähnliche Weise deduziert ist.¹⁾ Ich fand die Beziehung:

$$p - p_1 = c_2 \varrho \frac{d^2 \varrho}{dh^2} + \frac{2c_4}{4!} \varrho \frac{d^4 \varrho}{dh^4} + \frac{2c_6}{6!} \varrho \frac{d^6 \varrho}{dh^6} + \dots$$

$$- \frac{1}{2} \left\{ c_2 \left(\frac{d\varrho}{dh} \right)^2 - \frac{2c_4}{4!} \left(\frac{d^3 \varrho}{dh^3} \right)^2 + \frac{2c_6}{6!} \left(\frac{d^5 \varrho}{dh^5} \right)^2 - \dots \right.$$

$$\left. - \frac{2c_4}{4!} \frac{d\varrho}{dh} \frac{d^3 \varrho}{dh^3} - \frac{2c_6}{6!} \left\{ \frac{d\varrho}{dh} \frac{d^5 \varrho}{dh^5} - \frac{d^2 \varrho}{dh^2} \frac{d^4 \varrho}{dh^4} \right\} \dots \right.$$

Vernachlässigt man nun wie van der Waals und Hulshof alle Glieder, ausgenommen

$$c_2 \varrho \frac{d^2 \varrho}{dh^2} \quad \text{und} \quad - \frac{c_2}{2} \left(\frac{d\varrho}{dh} \right)^2,$$

so kommt man auf die Beziehung (2) zurück. Daß aber diese Vernachlässigung im allgemeinen nicht gestattet ist, habe ich gezeigt.²⁾ Für die Potentialfunktion $-f \frac{e^{r/\lambda}}{r}$ z. B. würde bei dieser Auffassung die Kapillarkonstante identisch Null zum Wert haben.

Weiter wird durch Hulshof die Kohäsion (der Molekulardruck) in der Richtung der Flüssigkeitsoberfläche berechnet. Er findet:

$$(4) \quad a \varrho^2 + \frac{c_2}{2} \varrho \frac{d^2 \varrho}{dh^2},$$

wo wieder die übrigen Glieder fortgelassen sind, und er sagt nun: „Wir kommen also zum Schlusse, daß in der kapillaren Schicht der Molekulardruck infolge der Attraktion, welche die Teilchen aufeinander ausüben, in verschiedener Richtung einen verschiedenen Wert hat.“

Dieses Resultat, welches aber *nicht* neu war, wie Hulshof meinte, wird fast selbstverständlich durch folgende Betrachtung.

Denken wir uns z. B. zwei lange, schmale Streifen aus einem leichten, festen Stoff gefertigt. Verbinden wir diese

1) G. Bakker, Zeitschr. f. phys. Chem. 28. p. 717. 1899.

2) Also das erste und vierte Glied.

3) l. c. 34. p. 170 u. 178. 1900.

Streifen durch eine Flüssigkeitslamelle, und sei die Fig. 1 ein Durchschnitt normal auf die Oberfläche der Lamelle und auf die Streifen. AB ist die Dicke, und wir wählen die Breite Eins. Die beiden Streifen, verbunden durch die Flüssigkeitslamelle, können als System für sich nicht im Gleichgewicht sein. Wir müssen auf die Streifen CD und LM gleiche Kräfte nach außen einwirken lassen, und dann sind diese Kräfte als eine zweifache Kraft gleich und entgegengesetzt der zweifachen Oberflächenspannung. Betrachten wir den Teil $ABD'D'C'CA$ als ein System für sich. Die vertikalen Komponenten des äußeren Druckes auf ApC und BrD sind entgegengesetzt gleich, und das ist auch der Fall bei den horizontalen Kom-



Fig. 1.

ponenten des äußeren Druckes gegen pC , rD einerseits und $C'q$, $D's$ andererseits. Wir haben also nur die Wirkung der Flüssigkeit links von AB und den Außendruck gegen den Flächenteil qs in Betracht zu ziehen. Die Wirkung der Flüssigkeit links von AB zerfällt wieder in zwei Teile. Wir konstruieren nämlich zwei Ebenen, den Oberflächen der Lamelle parallel, in Abständen gleich der Dicke der Kapillarschicht. Es seien diese Ebenen vh und wg . Die Wirkung gegen EF ist der hydrostatische Druck, welcher dem Außendruck gleich ist. Die Wirkungen gegen EF und em sind daher im Gleichgewicht. Nennen wir die Gesamtwirkung von thermischem Druck und Kohäsion in der Kapillarschicht pro Flächeneinheit parallel der Oberfläche der Lamelle p_2 , so ist die Wirkung, als ein Flächenintegral über AE betrachtet, gleich

$$\int_0^{h_1} p_2 dh,$$

wenn h_1 die Dicke der Kapillarschicht bedeutet. Gegen qe ist der Druck der gewöhnliche Außendruck, welchen wir mit p_1

bezeichnen. Die Differenz der (horizontalen) Wirkungen gegen qe und AE ist deshalb:

$$\int_0^{h_1} (p_1 - p_2) dh.$$

Eine ähnliche Betrachtung bei FB gibt dasselbe Resultat. Also:

$$(5) \quad 2 \int_0^{h_1} (p_1 - p_2) dh = 2H \quad \text{oder} \quad H = \int_0^{h_1} (p_1 - p_2) dh. ^1)$$

Man sieht das noch leichter ein, wenn man (wie z. B. bei niedrigen Temperaturen gestattet wäre) den äußeren Druck p_1 vernachlässigt. Man erhält dann unmittelbar:

$$-\int_0^{h_1} p_2 dh = H.$$

Der Mittelwert von p_2 wird in diesem Falle negativ, da H immer positiv ist, was übrigens nichts anderes bedeutet, als daß die Kohäsion in der Richtung der Oberfläche größer ist als der thermische Druck.²⁾ Aus Gleichung (5) folgt wieder nach meiner Auffassung über den thermischen Druck:

$$(6) \quad H = \int_1^2 (S_2 - S_1) dh,$$

wenn S_1 und S_2 die Kohäsionen sind bez. in der Richtung und senkrecht zur Richtung der Oberfläche der Kapillarschicht.

Daß die Grundgedanken in der Arbeit von Hulshof ähnlich sind denjenigen in meiner Arbeit vom März 1899, sieht man auch, wenn ich bemerke, daß in meiner Arbeit die *Grundgleichung* der van der Waalschen Theorie der Kapillarschicht durch Betrachtungen abgeleitet ist, ähnlich denen in Hulshofs Arbeit.

Den Ausdruck (Gleichung (6)) für H gibt Hulshof:³⁾

$$(7) \quad \sigma = c_2 \int_1^2 \left(\frac{dq}{dh} \right)^2 dh = -c_2 \int_1^2 q \left(\frac{d^2q}{dh^2} \right) dh,$$

1) G. Bakker, Zeitschr. f. phys. Chem. 33. p. 483. 1900.

2) G. Bakker, Zeitschr. f. phys. Chem. 13. p. 146 u. 147. 1894.

3) Hulshof schreibt nach Laplace σ statt H .

ein Ausdruck, welcher wieder im allgemeinen nicht richtig sein kann. Für die Potentialfunktion z. B., welche van der Waals in seiner Theorie auffindet

$$\varphi(r) = -f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r},$$

wird z. B.

$$\sigma = c \int_1^2 \left(\frac{d\varphi}{dh} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{2a} \frac{df}{d\varphi} \right)^2 dh. {}^2)$$

Die Beziehung (7) von van der Waals und Hulshof würde also geben:

$$\int_1^2 \left(\frac{d\varphi}{dh} \right)^2 dh = \int_1^2 \left(\frac{d\varphi}{dh} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{2a} \frac{df}{d\varphi} \right)^2 dh.$$

Der Faktor von $(d\varphi/dh)^2$ im rechten Glied ist immer positiv, und die beiden Ausdrücke können nur gleichen Wert haben, wenn:

$$f = \mu - \mu_1 = 0 \quad \text{oder} \quad \mu = \text{Konstante} = \mu_1$$

und das würde ganz und gar im Widerspruch sein mit der Gestalt der theoretischen Isotherme.

Weiter ist noch³⁾

$$\sigma \text{ oder } H = -\frac{\lambda^2}{2a} \int_1^2 V \frac{d^2 V}{dh^2} dh \quad \text{und} \quad \lambda^2 \frac{d^2 V}{dh^2} = \mu_1 - \mu {}^4)$$

und also:

$$\sigma \text{ oder } H = 0.$$

Es gab also keine Kapillarspannung.

Man kann auch ausgehen von der Beziehung bei van der Waals und Hulshof:

$$p_1 - p = -c_2 \varrho \frac{d^2 \varphi}{dh^2} + \frac{c^2}{1.2} \left(\frac{d\varphi}{dh} \right)^2,$$

1) Diese Funktion wurde eingehend diskutiert durch C. Neumann in seinen „Allgemeinen Untersuchungen über das Newtonsche Prinzip der Fernwirkungen mit besonderer Rücksicht auf die elektrischen Wirkungen“. Leipzig 1896. Verlag von B. G. Teubner.

2) J. D. van der Waals' Theorie p. 707 $f = \mu - \mu_1$.

3) G. Bakker, Zeitschr. f. phys. Chem. 34. p. 170. 1900.

4) Gleichung (6), p. 171, l. c.

woraus folgen würde:

$$-dp = -c_2 \varrho d \frac{d^2 \varrho}{dh^2} - c_2 \frac{d\varrho}{dh} \frac{d^3 \varrho}{dh^3} dh + c_2 \frac{d\varrho}{dh} \frac{d^2 \varrho}{dh^2} dh$$

$$= -c_2 \varrho d \frac{d^2 \varrho}{dh^2},$$

oder

$$v dp = d\mu = c_2 d \frac{d^2 \varrho}{dh^2}.$$

Wäre also $\mu = \text{Konstante}$, so würde man haben:

$$d \frac{d^2 \varrho}{dh^2} = 0,$$

und da in den homogenen Phasen $d^2 \varrho / dh^2 = 0$, so wäre immer $d^2 \varrho / dh^2$ und wieder σ oder $H = 0$. Dieselben Vernachlässigungen gibt Hulshof (p. 182) für den Punkt, wo $d^2 \varrho / dh^2 = 0$:

$$p_1 - p_2 = \frac{c_1}{2} \left(\frac{d\varrho}{dh} \right)^2 {}^1),$$

woraus, wie Verfasser sagt, hervorgeht, daß der Schnittpunkt der Kurve

$$p_2 = f\left(\frac{1}{\varrho}\right)$$

mit der theoretischen Isotherme mehr nach der Seite der größeren Densitäten liegt, als der Schnittpunkt der theoretischen und empirischen Isotherme. Hier können also wieder dieselben Bemerkungen gemacht werden wie oben. Übrigens vergleiche man meine Arbeit vom 9. März 1899.²⁾

Weiter bemerkt Verfasser (p. 184 unten): „Wenn wir von einer Flüssigkeit die Oberfläche vergrößern, ziehen wir dabei keine Teilchen in die kapillare Schicht. Nach unserer Auffassung vom Wesen der Wärme kann dies nicht der Fall sein, sondern wird der Bewegungszustand, worin die Moleküle sich befinden, verursachen, daß sie sofort die Plätze, welche ihnen eingeräumt werden, einnehmen, während sie weiter die

1) Für die Neumannsche Potentialfunktion wird in jedem Punkte der Kapillarschicht:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{4\pi f} \left(\frac{dV}{dh} \right)^2,$$

aber nicht $V = -2a\varrho$.

2) G. Bakker, Zeitschr. f. phys. Chem. 38. p. 716 ff. 1899.

Vergrößerung der Oberfläche unterstützen werden, indem sie in der Richtung der Ausdehnung einen Druck $\int p_2 dh$ ausüben“.

Abgesehen davon, daß Betrachtungen über Wärmebewegungen vielleicht an dieser Stelle weniger an ihrem Platz sind, so ist die letzte Behauptung im allgemeinen nicht richtig, denn der Druck $\int p_2 dh$ ist für Temperaturen, welche der kritischen Temperatur nicht zu nahe sind, negativ. Bei niedrigen Temperaturen, wo der Dampfdruck p_1 vernachlässigt werden kann, sieht man das unmittelbar ein durch die obige Fig. 1. Man hat in diesem Falle:

$$H = - \int p_2 dh,$$

und da H positiv ist, wird der Mittelwert von p_2 negativ. (Die Kohäsion in der Richtung der Oberfläche wird größer als der thermische Druck.)

Verfasser vergleicht weiter die Vergrößerung der Oberfläche z. B. beim Ausrecken eines Häutchens bei der Vergrößerung des Volumens eines zylinderförmigen Faßes, das geschlossen ist mittels eines Saugers (ohne Gewicht und ohne Reibung) und gefüllt mit Flüssigkeit und Dampf, während der äußere Druck größer ist als der Dampfdruck. Die Wirkung des positiven Dampfdruckes wird nun verglichen mit der Größe $\int p_2 dh$, und aus obigen Betrachtungen geht wieder hervor, daß diese Vergleichung im allgemeinen falsch ist. Was bei beiden Vorgängen gemeinsam in seinen Wirkungen ist, ist vielmehr der thermische Druck. Ist \bar{p}_2 der Mittelwert des Druckes in der Richtung der Oberfläche des Häutchens, so ist:

$$\bar{p}_2 = \bar{\theta} - \bar{S}_2,$$

wenn $\bar{\theta}$ und \bar{S}_2 die Mittelwerte vom thermischen Druck bez. Kohäsion in der Richtung der Oberfläche des Häutchens darstellen. Bei niedrigen Temperaturen können wir den Dampfdruck als thermischen Druck auffassen und was nun das Gemeinsame ist in den Wirkungen bei den zwei betrachteten Prozessen, ist $\bar{\theta}$ und p_1 , oder wenn auch p_1 ersetzt wird durch die Differenz zwischen thermischem Druck und Kohäsion des Dampfes, und wir also setzen:

$$p_1 = \theta - S,$$

so sind es die Größen $\bar{\theta}$ und θ , welche miteinander verglichen werden können. Daß $\bar{\theta} < \bar{S}_2$ und immer $\theta > S$ sein kann, ist gleichgültig.

Ich kann also nicht Hulshof beistimmen, wenn er sagt:

„Was wir als Druck in der Richtung der kapillaren Schicht zu betrachten haben, wird zur Ausreckung mitwirken.“

Weiter sagt Verfasser:

„Die besondere Energie, welche wir durch Wärmezufuhr in diesem Falle nicht haben geben können, ist die Arbeit, welche wir beim Ausrecken des Häutchens verrichtet haben“ ... „Es ist nun leicht ersichtlich, weshalb wir diese Energie durch Wärmezufuhr allein nicht geben können und daß diese Energie dem Betrage entsprechen muß, womit das thermodynamische Potential in der Übergangsschicht

$$\varepsilon - \tau_1 \eta + p_1 v,$$

berechnet über eine Säule mit einem Durchschnitt von 1 cm² und mit einer Höhe von der Dicke der kapillaren Schicht, das thermodynamische Potential der gleich großen homogenen Massen der Flüssigkeits- oder Dampfphase übertrifft.“

Die erste dieser zwei Behauptungen folgt unmittelbar aus den Betrachtungen von H. Helmholtz über den Begriff der freien Energie in „Die Thermodynamik chemischer Vorgänge“¹⁾, und was die zweite Behauptung anbetrifft, so hat van der Waals genügend gezeigt, daß diese Energie der auswendigen Arbeit durch das Integral

$$\int (\varepsilon - \tau_1 \eta + p v) \rho dh.$$

gegeben ist.

Am Ende bemerkt Hulshof:

„So hat also die Weise, in welcher wir den Molekular-
druck definiert haben, uns in den Stand gesetzt, mit Hilfe der
Zustandsgleichung von van der Waals zu zeigen: daß wirklich
eine Oberflächenspannung besteht.“

Vielleicht wäre es besser gewesen, wenn Hulshof statt
von der *Zustandsgleichung* zu reden, geredet hätte von van
der Waalsschen *Gedanken*, denn seine Bemerkung auf p. 180:

1) H. Helmholtz, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin
p. 22—39. 1882.

„Die Zustandsgleichung gibt uns das Verhältnis

$$\vartheta = \frac{Rt}{v - b}, "$$

und seine Bemerkung auf p. 182, „daß

$$p = \frac{RT}{\frac{1}{\varrho} - b} - a\varrho^2, "$$

hat im wesentlichen mit seinen Betrachtungen wenig zu schaffen. Vielmehr sind es die van der Waalsschen Gedanken im allgemeinen, welche ihn und mich geleitet haben. Wie die Kapillarkonstante von Laplace (oder die Kapillarenergie) mit Hilfe einer Zustandsgleichung berechnet werden kann, habe ich schon gezeigt.¹⁾

Anhang.

Allein schon die große Charakterdifferenz zwischen thermischem Druck und Kohäsion macht es wahrscheinlich, daß der Radius der sogenannten Wirkungssphäre groß ist im Verhältnis zu den Molekularabständen. In Flüssigkeitstheorien, wie die von Laplace, Poisson, Gauss und ihren Nachfolgern, wo die Flüssigkeit ersetzt wird durch ein homogenes Agens, muß also das Potential im Innern einer homogenen Phase der Dichte proportional sein. Die einfachste Form der Potentialfunktion, welche dieser Voraussetzung genügt, während das Potential außerhalb der Flüssigkeit rasch zu einer Konstante herabsinkt, ist für zwei „Flüssigkeits“-Elemente:

$$-f \frac{e^{-qr}}{r}$$

falls q groß genug gewählt wird.

Die Differentialgleichung für das Potential wird für diese Potentialfunktion:

$$(1) \quad \Delta^2 V = q^2 V + 4\pi f \varrho^2$$

1) G. Bakker, Zeitschr. f. physik. Chem. 34. p. 176. 1900; Journ. de phys. 1. p. 112. p. 1902.

2) G. Bakker; Abhandl. d. Koninkl. Akad. van Wetensch. zu Amsterdam p. 313. 1899.

und für die Kapillarschicht also

$$(2) \quad \lambda^3 \frac{d^3 V}{dh^3} = V + 2a\varrho,$$

wenn $\lambda = 1/q$ und $a = 2\pi f\lambda^3$ bedeutet.

Ist μ das thermodynamische Potential in einem Punkte der Kapillarschicht, und μ_1 ihr Wert in den homogenen Phasen, so ist auch:

$$(3) \quad V + 2a\varrho = \mu_1 - \mu^1)$$

und deshalb auch:

$$(4) \quad \lambda^3 \frac{d^3 V}{dh^3} = \mu_1 - \mu.$$

Aus der letzten Gleichung folgt, daß die Kurve, welche das Potential V in seiner Abhängigkeit von h darstellt, nur

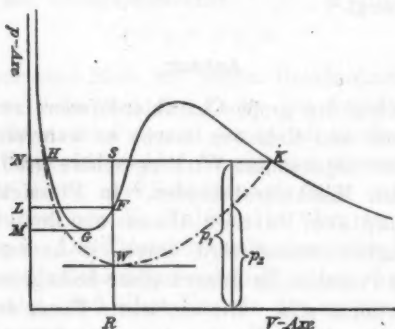


Fig. 2.

einen Wendepunkt hat. In der theoretischen Isotherme (Fig. 2) korrespondiert dieser Punkt mit F , wo die Oberfläche $NHGMN$ der Oberfläche $LFGL$ gleich ist, und wo also ist:

$$\int_1 v dp = \mu - \mu_1 = 0.$$

Wenn θ den thermischen Druck, und p_1 den Dampfdruck darstellt, so folgt aus (2)²⁾:

$$(5a) \quad \frac{\lambda^3}{4a} \left(\frac{dV}{dh} \right)^2 = p_1 - \theta + \frac{V^2}{4a}.$$

1) G. Bakker, Zeitschr. f. physik. Chem. 34. p. 171. 1900.

2) G. Bakker, Zeitschr. f. physik. Chem. 34. p. 175. 1900.

oder, wenn θ durch $p^1) + a \varrho^2$ ersetzt wird:

$$(5b) \quad \frac{\lambda^2}{4a} \left(\frac{dV}{dh} \right)^2 = p_1 - p - a \varrho^2 + \frac{V^2}{4a}.$$

Für den betrachteten Punkt ist (Gleichung (3)):

$$V = -2a\varrho$$

und deshalb:

$$(6) \quad \frac{dV}{dh} = \frac{2\sqrt{a}}{\lambda} \sqrt{p_1 - p}.$$

Weiter ist die Kohäsion in der Richtung der Kraftlinien und also senkrecht zur Oberfläche der Kapillarschicht:

$$(7b) \quad S_1 = -\frac{1}{8\pi f} \left\{ \left(\frac{dV}{dh} \right)^2 - \frac{V^2}{\lambda^2} \right\}, ^2)$$

und in der Richtung der Oberfläche:

$$(7b) \quad S_2 = \frac{1}{8\pi f} \left\{ \left(\frac{dV}{dh} \right)^2 + \frac{V^2}{\lambda^2} \right\}, ^2)$$

Nun ist:

$$p_1 = \theta - S_1 \quad \text{und} \quad p_2 = \theta - S_2$$

und deshalb:

$$(8) \quad p_1 - p_2 = S_2 - S_1 = \frac{1}{4\pi f} \left(\frac{dV}{dh} \right)^2 = \frac{\lambda^2}{2a} \left(\frac{dV}{dh} \right)^2.$$

Aus (6) und (8) folgt also für den betrachteten Punkt (F in Fig. 2):

$$p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

Weiter wird für diesen Punkt dV/dh ein Maximum³⁾ und also hat auch (Gleichung (8)) $p_1 - p_2$ in diesem Punkte seinen Maximalwert. Ein einfacher Verlauf für p_2 in Fig. 2 wäre also die Kurve HWK , wo $FW = FS$ und die Tangente in W in der Richtung der v -Achse ist.

'sGravenhage, April 1904.

1) p ist also der Druck einer homogenen Phase für eine Dichte, welche der Dichte im betrachteten Punkte der Kapillarschicht gleich ist.

2) G. Bakker, Abhandl. d. Koninkl. Akad. van Wetensch. zu Amsterdam p. 322. 1899.

3) $\frac{d}{dv} \frac{dV}{dh} = \frac{d^2 V}{dh^2} \frac{dh}{dv}$ und $\frac{dh}{dv}$ bleibt endlich.

(Eingegangen 28. April 1904.)

12. Zur Elastizitätstheorie
(Kritik der Saint-Venantschen Methode);
von J. A. Vollgraff.

§ 1. In isotropen Körpern gelten die Gleichungen

$$(1) \quad \begin{cases} X_x = 2\pi \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} + \theta \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \right] & \text{u. s. w.,} \\ X_y = Y_x = \pi \left[\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] & \text{u. s. w.} \end{cases}$$

In diesen Gleichungen ist $(\xi \eta \zeta)$ die (unendlich klein gedachte) Verschiebung eines anfangs in (xyz) befindlichen materiellen Punktes. X_x und Y_x sind die Kraftkomponenten, welche pro Flächeneinheit bez. in der X - und in der Y -Richtung wirken auf eine senkrecht zur X -Achse stehende Fläche; X_x , Y_x u. s. w. sind im Innern eines Körpers als Spannungskomponenten, an der Oberfläche außerdem als Komponenten einer äußeren Kraft zu betrachten. Das Achsensystem ist ein rechtwinkliges. π und θ sind in homogenen Körpern, wie wir sie hier betrachten wollen, Konstanten.

Durch Elimination der Verschiebungskomponenten erhält man aus (1) folgende sechs Gleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[X_x - \frac{\theta}{1+3\theta} (X_x + Y_y + Z_z) \right] \\ + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[Y_y - \frac{\theta}{1+3\theta} (X_x + Y_y + Z_z) \right] = 2 \frac{\partial^2 X_y}{\partial x \partial y} & \text{u. s. w.,} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left[Y_y - \frac{\theta}{1+3\theta} (X_x + Y_y + Z_z) \right] \\ = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial Y_x}{\partial x} - \frac{\partial X_x}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} \right] & \text{u. s. w.}^1) \end{cases}$$

Die Gleichgewichtsbedingungen sind

$$3) \quad \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} = 0 \quad \text{u. s. w.}$$

1) G. Kirchhoff, 27. Vorlesung über Mechanik, Gleichungen (13 und (14).

§ 2. de Saint Venant („De la Torsion des Prismes“, 1855) bedient sich einer gemischten Methode („méthode mixte“). Er definiert bekanntlich die Torsion zum Teil aus der Verschiebung der Punkte des Zylinders, zum Teil aus den wirkenden Kräften, läßt aber beide zum Teil noch unbestimmt und kommt in dieser Weise zu einem System von Kräften und Verschiebungen, welche den Gleichungen (1) und (3) genügen. Diese Methode wird fast allgemein angewendet.¹⁾

Es muß bemerkt werden, daß es von vornherein nicht klar ist, ob die gestellten Bedingungen zu einem solchen System von Kräften und Verschiebungen führen können; erst die Ausführung der Berechnung lehrt, daß dies der Fall ist, und zwar zeigen sich die Kräfte und Verschiebungen eindeutig bestimmt, sobald eine Konstante (der Drehungswinkel pro Längeneinheit) gegeben ist; die genannten Größen sind dieser Konstante proportional.

In dieser anfänglichen Ungewißheit liegt indessen kein Grund, die Saint-Venantsche Methode zu tadeln. Die Bedingungen so zu stellen, daß es ohne jede Berechnung einleuchtet, daß man deren weder zu viele noch zu wenige genommen hat, und daß zwischen ihnen nach den Gleichungen (1) und (3) kein Widerspruch besteht, ist unmöglich. Diese anfängliche Ungewißheit besteht auch bei der Kirchhoffschen Methode, nach der übrigens Torsion und Biegung weder definiert noch voneinander getrennt werden.²⁾

§ 3. Die Saint-Venantsche Methode hat vor der Kirchhoffschen den Vorteil der größeren Anschaulichkeit. Man

1) Z. B. von Lord Kelvin u. P. G. Tait, *Treatise on Natural Philosophy*, 1895 (§ 706 und § 707); auch von Riemann-Weber, *Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik*, 1901 (II. § 70).

2) 27. Vorlesung § 4. Kirchhoff betrachtet erst einen willkürlichen Körper und setzt

$$X_z = 0, \quad X_y = 0, \quad Y_z = 0.$$

Dann sagt er: „Nun wollen wir annehmen, daß der Körper, um den es sich handelt, durch eine der Z-Achse parallele Zylinderfläche und zwei senkrechte Querschnitte begrenzt ist, und wollen die aufgestellten Formeln dem Falle *anzupassen suchen*, daß die Zylinderfläche frei von jedem Drucke ist.“

kann versuchen, ohne diesen Vorteil preiszugeben, die Kräfte — wie es bei Kirchhoff der Fall ist — mehr in den Vordergrund treten zu lassen. Gelingt es, die Torsion aus den wirkenden Kräften zu definieren, so erhält man die Verschiebungen aus den Gleichungen (1) durch Integration.

Wir wollen die Torsion eines isotropen und homogenen Zylinders, dessen Endflächen zu den erzeugenden Geraden senkrecht stehen, folgendermaßen zu definieren versuchen. Einen solchen Zylinder „tordieren“ soll heißen: auf die Endflächen dieses Zylinders konstante Kräfte ausüben, 1. welche auf diese Flächen in tangentieller Richtung wirken, 2. welche für beide Flächen in korrespondierenden Punkten entgegengesetzt gleichen Wert haben und auch in einem willkürlichen senkrechten Querschnitt in den korrespondierenden Punkten gleiche Spannungen, sonst aber keine Spannungen hervorrufen, 3. deren Resultante für jede Endfläche gleich Null ist. Überdies müssen die Kräfte den Gleichungen (2) und (3) genügen.

Die Z -Achse sei den erzeugenden Geraden des Zylinders parallel.

Nach 1. und 2. existieren nur die Kräfte X_z , Y_z , und selbstverständlich Z_x , Z_y .

Nach 2. sind diese Kräfte Funktionen von x und y , nicht von z .

Auf die Zylinderfläche wirken keine Kräfte. Ist n eine Normale zu dieser Fläche, so hat man, folglich die drei Gleichungen

$$(4) \quad X_n = X_x \cos nx + X_y \cos ny + X_z \cos nz = 0 \text{ etc.,}$$

welche in die eine Gleichung

$$(5) \quad Z_x \cos nx + Z_y \cos ny = 0$$

übergehen.

Die Bedingung 3. ergibt die Gleichungen

$$(6) \quad \begin{cases} \int X_x dx dy = 0, \\ \int Y_x dx dy = 0, \end{cases}$$

in welchen die Integrationen über den Querschnitt auszu-dehnen sind.

Die Gleichungen (2) gehen über in die eine Gleichung

$$(7) \quad \frac{\partial Y_z}{\partial x} - \frac{\partial X_z}{\partial y} = P,$$

in welcher P eine Konstante ist.

Die Gleichungen (3) ergeben noch die Gleichung

$$(8) \quad \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} = 0.$$

Es zeigt sich nun, daß man die Gleichungen (5), (6), (7), (8) befriedigen kann, indem man setzt

$$(9) \quad \begin{cases} X_z = Z_x = -\frac{\partial F}{\partial y}, \\ Y_z = Z_y = +\frac{\partial F}{\partial x}, \end{cases}$$

$$(10) \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = P,$$

und an der Kontur des Querschnittes

$$(11) \quad F = \text{konst.}^1).$$

F ist eine Funktion von x und y .

Diese Lösung ist die einzige. Mathematisch ist das Problem folgendes: die Gleichung der Kontur soll in eine Form (11) gebracht werden, wobei die Funktion F der Gleichung (10) genügt. Bei gegebener Kontur hat F/P einen vollkommen bestimmten Wert. Die Kräfte erhält man dann aus (9).

§ 4. Die Gleichungen (6) erweisen sich als überflüssig, indem die allgemeinste Form der Werte von X_z und Y_z , die der Gleichung (8) genügen, die in (9) geschriebene Form ist, und die Gleichung (11) dann aus der Gleichung (5) folgt: aus den Gleichungen (9) und (11) aber ergeben sich die Gleichungen (6). Ebenso ist überflüssig die Bedingung, daß die Kräfte X_z und Y_z in jedem Querschnitt die gleichen sein sollen, indem aus den Gleichungen (3) die beiden Gleichungen

$$(12) \quad \begin{cases} \frac{\partial X_z}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial Y_z}{\partial x} = 0, \end{cases}$$

welche die Unabhängigkeit der Spannungen von z ausdrücken, folgen. Um die Gleichungen (9), (10) und (11) zu erhalten,

1) Gleichungen von der Form (9) und (11) finden sich bei W. Voigt, Wied. Ann. 16. p. 297. 1892; Wied. Ann. 29. p. 606. 1886.

kann man also folgendermaßen definieren. Den Zylinder „tordieren“ soll heißen: einen Gleichgewichtszustand des Zylinders hervorbringen, in welchem ausschließlich auf die Endflächen des Zylinders Kräfte ausgeübt werden, und zwar Kräfte, 1. welche auf diese Flächen in tangentieller Richtung wirken, 2. welche in jedem senkrechten Querschnitt Spannungen erzeugen, die ebenso in tangentieller Richtung wirken, sonst aber keine Spannungen.

Es fehlt hier allerdings die Anschaulichkeit. Charakteristisch erscheint bei dem Begriff „tordieren“ die Vorstellung, daß die an einem Ende wirkenden Kräfte keine Resultante, sondern nur ein Moment haben. Diese Vorstellung darf jedoch nach dem vorher Gesagten in der Definition, die ja nichts Überflüssiges enthalten soll, nicht explizit zum Ausdruck gebracht werden. Sie paßt nur in einer *Beschreibung* der Torsion, wie dieselbe in der angeblichen Definition des § 3 enthalten ist.

§ 5. Aus den Gleichungen (1) folgt nun

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial y}, \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} = +\frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial x}. \end{array} \right.$$

Hieraus folgt, wenn der Querschnitt in der XY -Fläche nicht gedreht wird und die Z -Achse fest ist,

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi = -\omega y z, \\ \eta = \omega x z, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \omega y - \frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial y}, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\omega x + \frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial x}, \\ \omega = \frac{P}{2x}. \end{array} \right.$$

Die Gleichungen (14) zeigen, daß alle Punkte desselben Querschnittes — wie de St. Venant es fordert — um denselben Winkel gedreht werden. Der Drehungswinkel pro Längeneinheit ist ω . Die Deformation des Querschnittes ist durch $\partial \zeta / \partial x$ und $\partial \zeta / \partial y$ bestimmt.

§ 6. Die hier benutzte Methode hat vor der St. Venantschen Methode folgende drei Vorzüge:

a) Sie ist einigermaßen einfacher. Bei der Torsion eines Zylinders mit elliptischem Querschnitt z. B. ist die Funktion F ohne weiteres bekannt.

b) In den St. Venantschen Gleichungen kommt nicht unmittelbar die Tatsache zum Ausdruck, daß die tordierenden Kräfte nie eine von Null verschiedene Resultante haben können. de St. Venant selbst hat diese Tatsache übersehen: das geht hervor aus einer Anmerkung zu § 105 seines Werkes. Der gleiche Irrtum findet sich bei Riemann-Weber.

c) Aus den Gleichungen (18) ergibt sich, daß die Deformation, wenn die Konstante ω gegeben ist, für jeden Zylinder eindeutig bestimmt ist. Die Annahme, daß die Z -Achse und nicht eine ihr parallele Achse festgehalten wurde, war also eine unwesentliche. Aus den St. Venantschen Gleichungen dagegen ist nicht ohne weiteres zu sehen, daß die Deformation der Querschnitte von der Lage der Torsionsachse unabhängig ist. Bei Riemann-Weber findet sich zwar die richtige Bemerkung: „Durch eine Drehung des Stabes als Ganzes nach der Deformation kann man jede Längsfaser des Stabes zur Stabachse machen“, es fehlt aber der Beweis.

Straßburg i. E.

(Eingegangen 15. Mai 1904.)

13. Bemerkung zu der Abhandlung von Hrn. Drude: „Über die induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf Perioden- und Dämpfungsmessung, Tesla-Transformatoren und drahtlose Telegraphie“¹⁾; von Max Wien.

Die Theorie der Eigenschwingungen zweier gekoppelten Systeme habe ich für elektrische oder Kraftkoppelung in meiner Arbeit „Über die Rückwirkung eines resonierenden Systems“²⁾ so weit durchgeführt, daß die zweiten Potenzen der Dämpfung und Koppelung noch berücksichtigt, die dritten jedoch neben der dritten Potenz der Schwingungszahl vernachlässigt wurden. Später habe ich diese Gleichungen auf die drahtlose Telegraphie angewendet³⁾, und zwar auf die induktive oder magnetische Koppelung, wobei ich ausdrücklich hervorhob, daß diese Übertragung nur gestattet sei in Fällen, wo die Quadrate der Dämpfung und Koppelung neben dem Quadrat der Schwingungszahl vernachlässigt werden dürften. Da sehr enge Koppelung, wie sogleich besprochen werden soll, bei der drahtlosen Telegraphie nicht wahrscheinlich ist, andererseits wegen des komplizierten Einflusses der Funkenstrecke und anderer Dinge die Theorie doch nicht genau den wirklichen Vorgängen entsprechen kann, so erschien die Genauigkeit für den Zweck völlig hinreichend.

Herr Drude hat nun kürzlich⁴⁾ die Theorie der magnetischen Koppelung zweier Schwingungskreise mit etwa derselben Genauigkeit entwickelt, wie ich es früher für die elektrische Koppelung getan hatte, also mit Berücksichtigung der quadratischen Glieder von Dämpfung und Koppelung, und hat eine Reihe interessanter Anwendungen seiner Resultate

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 512. 1904.

2) M. Wien, Wied. Ann. 61. p. 151. 1897.

3) M. Wien, Ann. d. Phys. 8. p. 686. 1902.

4) P. Drude, l. c.

besonders auch auf die Teslaschwingungen gemacht. Seine Gleichungen stimmen mit den meinigen überein außer für den Fall sehr enger Koppelung, wo die Drudesche Theorie nicht nur verschiedene Schwingungszahlen, sondern auch verschiedene Dämpfung der beiden freien Schwingungen der gekoppelten Systeme ergibt. Wie sich leicht zeigen läßt, ist jedoch die Differenz der Dämpfungen von der Ordnung des Produktes aus Dämpfung und Koppelung, fällt also in den Bereich der Größen zweiter Ordnung, welche bei der Übertragung meiner Gleichungen auf die drahtlose Telegraphie der Voraussetzung nach vernachlässigt wurden. Aus der Darstellung von Herrn Drude tritt dieser Umstand vielleicht nicht ganz klar hervor.

Bei sehr enger Koppelung treten demnach eine stärkere gedämpfte höhere und eine weniger gedämpfte tiefere freie Schwingung auf. Herr Drude hält diesen Umstand für günstig, um bei der drahtlosen Telegraphie nach der Braunschen induktiven Erregung resonanzfähige Wellen bei sehr enger Koppelung des Senders zu erzielen. Die tiefere Schwingung sei verhältnismäßig wenig gedämpft, außerdem wären die für die Resonanz zwischen Sender und Empfänger schädlichen Schwebungen der beiden freien Schwingungen, da die höheren derselben schnell abklängen, nur zu Beginn in merklichem Maße vorhanden.

So interessant diese theoretische Folgerung ist, so erscheint sie mir praktisch nicht leicht realisierbar; im besten Falle bei engster Koppelung ($k = 1$) würde die Dämpfung nur auf die Hälfte des Mittels aus den beiden Dämpfungen der Einzelsysteme $(h_1 + h_2)/2$ sinken, während zur Erzielung einer wirklich scharfen, zur gleichzeitigen Telegraphie ausreichenden Resonanz, wie ich ausführlich nachgewiesen habe, die Dämpfung mindestens auf $1/10$ von $(h_1 + h_2)/2$ herabgedrückt werden müßte.

Eine so enge Koppelung, daß k sich dem Werte 1 nähert, ist prinzipiell bei der drahtlosen Telegraphie nicht wohl zu erreichen. Der Koppelungskoeffizient k ist gleich $L_{12}/\sqrt{L_{11}L_{22}}$, worin L_{11} und L_{22} die Selbstpotentiale der beiden Systeme, L_{12} ihren gegenseitigen Induktionskoeffizient bedeutet. Ein Teil von L_{22} besteht nun in der langen Antenne, ein anderer Teil in der Spule am unteren Ende derselben, durch welche die induktive Erregung von dem primären Kreis aus

ermöglicht wird. Je mehr Windungen diese Spule besitzt, um so höher ist die gegenseitige Induktion und damit k , um so kürzer ist aber auch die Länge der Antenne, da das Selbstpotential des ganzen sekundären Systems das gleiche bleiben muß. Diese Verkürzung der Antenne geschieht aber auf Kosten der Energie der ausgestrahlten Wellen; die Antenne muß auch deshalb eine gewisse Länge behalten, damit sie ihre Umgebung überragt, und die in der Nähe befindlichen Leiter nicht störend wirken. Nehmen wir als Grenze an, daß die Hälfte von L_{22} auf die Spule fällt, dann ist $k^2 = 0,5$ und die Dämpfung wird nur auf $\frac{2}{3}$ von $(h_1 + h_2)/2$ gebracht, was praktisch ohne Bedeutung für die Möglichkeit der Abstimmung ist.¹⁾

Schließlich möchte ich noch darauf aufmerksam machen, daß man auch auf anderem Wege, nämlich durch *losere Koppelung*, die gleiche Verminderung der Dämpfung wie bei engster Koppelung, also auf die Hälfte, einen vollständigen Fortfall der Schwebungen — nicht nur eine Verminderung derselben — und gleichzeitig eine Vergrößerung der Schwingungsenergie erzielen kann, indem man von vornherein die beiden Einzelsysteme auf die Schwingungsdauer der tieferen freien Schwingung, die man bei engster Koppelung erhalten würde, einstimmt, sie also $\sqrt{2}$ mal so groß macht, und nun die Koppelung so lose wählt, daß nicht mehr zwei freie Schwingungsperioden, sondern nur noch eine auftritt, die mit der Periode der beiden Einzelsysteme übereinstimmt. Dies tritt, wie ich gezeigt habe, ein, sobald $kn = h_1 - h_2$ wird, also wenn die Koppelung gleich der Differenz der Dämpfungen der Einzelsysteme ist. Dann erhalten wir nur noch eine Schwingung, also prinzipiell keine

1) Herr Drude äußert sich über diese meine Bemerkung an mich brieflich wie folgt: „Ihrer Ansicht, daß zur Herstellung schärfster Resonanz schwache Koppelung zu wählen ist, habe ich mich im Absatz 5 p. 561 l. c. völlig angeschlossen. Mir lag nur daran, hervorzuheben, daß man prinzipiell auch durch sehr starke Koppelungen wieder Resonanzmöglichkeit erhält. Natürlich ist eine sehr starke Koppelung nur bei verhältnismäßig geringer Antennenlänge möglich. Ob daher und wegen der Dämpfungsverhältnisse die Anordnung praktisch zu empfehlen ist, ist mir auch noch sehr zweifelhaft, jedoch kann ich mir darüber erst nach Abschluß von Versuchen, die ich jetzt noch im Gange habe, ein bestimmteres Urteil bilden.“

Schwebungen mehr. Um die Schwingungsdauer des sekundären Systems auf das $\sqrt{2}$ fache zu erhöhen, muß die Selbstinduktion verdoppelt werden, dadurch sinkt die Dämpfung $h_2 = W_2/2L_2$ auf die Hälfte. Im primären System muß zu dem gleichen Zweck die Kapazität verdoppelt werden, dadurch wird die elektrische Energie ebenfalls verdoppelt.

Offenbar ist diese Anordnung günstiger, obgleich nach dem oben Gesagten auch hier noch keine scharfe Resonanz erzielt werden kann, sondern dies nur bei viel loserer Koppelung erreicht wird.

Ich glaube hiernach meine früher in bezug auf die Verwendung gekoppelter Systeme bei der drahtlosen Telegraphie aufgestellten Grundsätze aufrecht erhalten zu müssen:

Gleiche Schwingungszahl und gleiche — starke — Ausstrahlung (Masthöhe) vorausgesetzt, ist bei enger Koppelung wohl eine weite Zeichenübertragung, aber keine scharfe Resonanz möglich. Diese ist erst bei sehr loser Koppelung erreichbar, aber auf Kosten der Stärke der ausgesandten Wellen, so daß nur auf geringere Entfernung hin telegraphiert werden kann.

Physik. Institut der Techn. Hochschule Danzig, 5. Mai 1904.

(Eingegangen 6. Mai 1904.)

14. *Über die optischen Eigenschaften entwickelter Lippmannscher Emulsionen;
von Raphael Ed. Liesegang.*

Herr Kirchner¹⁾ berichtet über das Auftreten verschiedener Farben bei der Entwicklung Lippmannscher Platten, bei deren Belichtung die Bildung stehender Wellen ausgeschlossen worden war.

Leider hat Herr Kirchner die Entwicklungen nur mit Pyrogallol, Amidol und Metol vorgenommen. Mit dem weniger energisch wirkenden Hydrochinon (in Mischung mit Soda, Sulfid und ziemlich viel Bromkalium) sind sehr viel ausgesprochenere Farben zu erhalten.

Besser wie bei dem kornlosen Bromsilber bilden sich dieselben ferner bei kornlosen Chlorsilbergelatineschichten aus. Die Erzielung bestimmter Farben ist hierbei so leicht im voraus zu berechnen, daß eine Verwendung in der praktischen Photographie möglich war.

Bringt man eine belichtete Chlorsilbergelatineschicht in stark verdünnten Hydrochinonentwickler, so entsteht zuerst ein hellgelbes Bild. Dasselbe geht dann mit verlängerter Entwicklung in Orange, Braun, Oliv und Grün über. Langes Verweilen in einem besonders stark verdünnten Entwickler führt zu einem kräftigen reinen Rot. Mit Metol und Amidol gelangt man leicht zu reinem Schwarz, selbst Blauschwarz. Pyrogallol nimmt deshalb eine Sonderstellung unter den Entwicklersubstanzen ein, weil sich unter gewissen Bedingungen ein Oxydationsprodukt desselben auf dem reduzierten Silberhaloid ablagert, wodurch eine braune Färbung des Bildes herbeigeführt werden kann.²⁾ (Da dies Oxydationsprodukt stark gerbend auf die Gelatine wirkt, können die hiermit entwickelten Schichten Unterschiede in der Quellbarkeit an den belichteten und unbelichteten Teilen aufweisen.)

1) F. Kirchner, Ann. d. Phys. 13. p. 239. 1904.

2) R. E. Liesegang, Photogr. Archiv p. 117. 1895.

Das folgende Experiment¹⁾ dürfte eine Stütze der Hypothese sein, daß die verschiedenen Farben mit der Größe der Molekülkomplexe des Silbers in Zusammenhang stehen: Fügt man zu einer Mischung von Silbernitrat und Gelatinelösung etwas Hydrochinonentwickler, so ist die Lösung im ersten Moment wasserklar. Sie wird dann gelb, braunrot und schließlich ganz undurchsichtig. Streicht man in jedem Stadium etwas von der Masse auf Glas und läßt sie dort erstarren, so bleibt dieses Stadium unbegrenzt erhalten. Der erste Strich ist absolut glasklar, der folgende gelb, dann braunrot und schließlich ein Strich, welcher in der Aufsicht tiefschwarz, in der Durchsicht rein blau ist.²⁾

Ich halte es für wahrscheinlich, daß die eigentliche chemische Reaktion durch die Gelatine nicht verlangsamt wird³⁾, nur hindert letztere den sofortigen Zusammentritt der naszierenden Silbermoleküle zu größeren Komplexen.⁴⁾

Bei der Beurteilung der Kirchnerschen Beobachtungen ist der Umstand nicht ohne Bedeutung, daß Silberhaloid in der lichtempfindlichen Schicht nicht ganz unbeweglich ist: Das der Entwicklersubstanz zugefügte Sulfit, ferner das Bromkalium und besonders das von Kirchner verwendete Ammoniak sind Lösemittel für Brom- und Chlorsilber. Zunächst kann sich das aus dem gelösten Silberhaloid naszierende Metall auf den anderen Metallkernen niederschlagen und diese vergrößern. Andererseits kann hierdurch eine Entwicklung der unbelichteten Teile der Schicht herbeigeführt werden. Hierauf ist z. B. die von Kirchner beobachtete „Pseudosolarisation“⁵⁾ zurückzuführen.

1) R. E. Liesegang, *Camera Obscura* p. 841. 1900.

2) Ich nehme also an, daß die gleiche Menge metallischen Silbers einmal vollkommen durchsichtig, das andere Mal fast undurchsichtig sein kann.

3) R. E. Liesegang, „Über die scheinbare Reaktionsverzögerung durch Gelatine“. *Photogr. Almanach* p. 109. 1901.

4) R. E. Liesegang, „Entwicklung der Auskopierpapiere“.

5) R. E. Liesegang, *Photogr. Archiv* p. 1. 1897; *Photogr. Physik* p. 24. 1899.

6) F. Kirchner, l. c. p. 241; vgl. R. E. Liesegang, *Photogr. Archiv* p. 300. 1895.

(Eingegangen 17. Mai 1904.)

**15. Über die Differentialgleichungen
der Elektrodynamik des Herrn E. Cohn;
von W. Wien.**

Hr. E. Cohn hat sich in einer Bemerkung¹⁾ mit der Anwendung seiner Gleichungen auf den Fall, daß sich ein Körper im leeren Raum bewege, nicht einverstanden erklärt, weil sie sich auf ein mit gemeinsamer Translationsgeschwindigkeit bewegtes „Medium“ bezögen.

Diese Meinungsverschiedenheit kennzeichnet deutlich das Fundament der Cohnschen Theorie. Wenn ich seine Gleichungen auf den Fall anwende, wo eine Lichtquelle sich im leeren Raum bewegt und er dann sagt, daß in seiner Theorie eine gemeinsame Translationsgeschwindigkeit angenommen wurde, so muß er der Meinung sein, daß eine Translationsgeschwindigkeit des leeren Raumes einen Sinn hat. Es tritt dies auch in der Rechnung deutlich heraus, durch die er die absolute Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Lichtstrahles bestimmt.²⁾ Er findet diese in einem bewegten Medium gleich

$$\frac{c}{v} \left(1 + \frac{v}{c} \left(1 - \frac{1}{v^2} \right) + \frac{v^2}{c^2} \frac{1}{v^2} \right),$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit, v das Brechungsverhältnis, v die Translationsgeschwindigkeit bezeichnen und nur Glieder von der Ordnung v^2/c^2 im Vergleich mit 1 beibehalten sind.

Da die Cohnschen Gleichungen als eine Verallgemeinerung der Maxwell'schen anzusehen sind, so muß man die Vorgänge im leeren Raum erhalten, wenn man $v = 1$ setzt.

1) E. Cohn, Ann. d. Phys. 14. p. 208. 1904.

2) Lorentz-Festschrift p. 322. 1900.

Die absolute Ausbreitungsgeschwindigkeit im leeren Raum ist also

$$c \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right),$$

was mit dem von mir angegebenen Resultat übereinstimmt.

Diese Folgerung hat also entweder nur den Sinn, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle abhängt, wenn man den absolut leeren Raum betrachtet, weil hier nur die Lichtquelle eine Bewegung besitzen kann; diese Folgerung will auch Herr Cohn nicht zulassen. Oder man muß auch dem leeren Raum die Möglichkeit einer Translationsgeschwindigkeit zuschreiben, was nur dann verständlich wird, wenn man ihn nicht als leer, sondern mit Resten von Materie gefüllt annimmt. Dann wäre allerdings ein Einfluß auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit möglich, aber er würde nicht von der Dichte oder sonstigen Eigenschaften des Restes von Materie abhängen, sondern nur von ihrer Translationsgeschwindigkeit. Man hätte also folgendes anzunehmen: wenn ich einen Lichtstrahl durch ein Vakuum gehen lasse, in welchem sich noch Spuren von Materie befinden, so bewegt er sich mit einer im Verhältnis $1:1 + v^2/c^2$ vergrößerten Translationsgeschwindigkeit, wenn dieser materielle Rest mit einer Geschwindigkeit v sich bewegt. Nehme ich diesen materiellen Rest fort, so springt die Geschwindigkeit auf die gewöhnliche Lichtgeschwindigkeit. Oder man kann auch sagen: Wenn wir den Michelson-Morleyschen Interferenzversuch in absolut leerem Raum ausführen könnten, so würde er ein positives Ergebnis haben, dagegen ein negatives in einem mit unseren Hilfsmitteln erreichbaren Vakuum.

Den in einem Vakuum befindlichen materiellen Resten einen von der Dichte unabhängigen Einfluß auf die Lichtgeschwindigkeit zuzuschreiben, kann nicht ohne weiteres mit den Grundlagen der Maxwellschen Theorie in Einklang gebracht werden.

Noch weniger einleuchtend würde es sein, bei der Bewegung einer elektrischen Ladung durch den Raum eine wesentliche Modifizierung des Feldes durch die in unserem äußersten Vakuum vorhandenen Gasreste anzunehmen.

Jedenfalls sprechen alle Beobachtungen an schnellen Kathodenstrahlen und Becquerelstrahlen dagegen.

Doch bin ich weit entfernt, diese Folgerungen als direkte Einwände gegen die Cohnsche Theorie aufzufassen. Nur halte ich die Lorentzsche Theorie, bei der die genannten Schwierigkeiten fortfallen, für eine natürlichere Fortbildung der Maxwell'schen. Die Hauptschwierigkeit, auf welche die Lorentzsche Theorie bisher gestoßen ist, die Erklärung des Michelson'schen Interferenzversuches scheint mir noch einer gründlichen theoretischen und experimentellen Bearbeitung zu bedürfen, ehe man hieraus gegen die Theorie Bedenken prinzipieller Art ableitet.

(Eingegangen 16. Mai 1904.)

16. Erwiderung
auf die Kritik des Hrn. M. Abraham;
von W. Wien.

Hr. M. Abraham hat in seiner „Theorie der Strahlung und des Strahlungsdruckes“ überschriebenen Arbeit¹⁾ eine Reihe von Angriffen gegen meine Untersuchungen über denselben Gegenstand gerichtet, die nicht nur völlig unbegründet sind, sondern von einer recht einseitigen Auffassung der theoretischen Frage Zeugnis ablegen.

Die Elektrodynamik ist noch nicht bis zu einer solchen Entwicklung gediehen, daß in apodiktischer Weise von einer allein Gültigkeit beanspruchenden Theorie gesprochen werden darf. Und doch spricht Hr. Abraham so, als ob er im Besitz einer solchen wäre.

Hr. Abraham behauptet, ich wäre bei der Berechnung der Strahlung in einen Fehler verfallen, indem ich vergessen hätte, an dem Werte der Strahlung die Korrektion nach dem Dopplerschen Prinzip anzubringen. Hier liegt nun die Sache so einfach zutage, daß sie auch für jeden, der nicht näher auf die in Frage stehenden Probleme eingegangen ist, ohne weiteres zu übersehen ist.

In den Grundgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d\mathfrak{E}}{dt} &= c \operatorname{rot} \mathfrak{H}, & \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} - v \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{d\mathfrak{H}}{dt} &= -c \operatorname{rot} \mathfrak{E}, \end{aligned}$$

bezieht sich alles auf ein mit dem strahlenden Punkt verbundenes Koordinatensystem.

Die Differentialgleichungen haben dieselbe Form, wie die für ruhende Körper. Man kann daher den Poyntingschen Vektor wie bei einem ruhenden System bilden und über eine relativ zu dem bewegten Punkt ruhende Fläche integrieren. Das Oberflächenintegral ist dann gleich dem Wert von dE/dt , wo E die von der Fläche umschlossene elektromagnetische Energie bezeichnet, d. h. es ist gleich der totalen Änderung

1) M. Abraham, Ann. d. Phys. 14. p. 236. 1904.

der Energie. Von irgend welchen Korrekturen ist bei dieser Methode keine Rede, weil sie sämtlich in den analytischen Ausdrücken enthalten sind.

Der Irrtum, den mir Hr. Abraham vorwirft, liegt demnach auf seiner Seite.

Dann behauptet Hr. Abraham, daß meine Formeln den aus der Elektronentheorie abgeleiteten widersprechen. Hierzu möchte ich zunächst bemerken, daß es für mich keine Elektronentheorie par excellence gibt, sondern nur eine Maxwellsche und mit dieser sind meine Formeln in Einklang. Außerdem habe ich das Feld nicht zu erraten gesucht, sondern gefunden, und da die Maxwellsche Theorie nur eindeutige Lösungen hat, so ist es damit einwandfrei bestimmt.

Die von mir angegebenen Lösungen müssen daher die Theorie eines bewegten leuchtenden Punktes vollständig enthalten. Es wäre zweckmäßig gewesen, wenn Hr. Abraham den nach seiner Meinung vorhandenen Mangel an Übereinstimmung mit der „Elektronentheorie“ näher bezeichnet hätte. Denn, wie ich jetzt gefunden habe, stimmt das von mir für einen transversal schwingenden Dipol gefundene Feld mit den von H. A. Lorentz¹⁾ aus der Elektronentheorie abgeleiteten Ausdrücken auch der Form nach soweit überein als die Lorentzsche Näherung geht.

Das Beschreiten verschiedener Wege hat sich in der theoretischen Physik immer als nützlich erwiesen und wenn wirklich, was ich bezweifle, meine Ergebnisse mit der Elektronentheorie nicht in Einklang stehen, so wäre das nur ein Beweis für die Zweckmäßigkeit eines solchen Verfahrens, denn dann gibt sich Gelegenheit, dem Grunde der Verschiedenheit der Ergebnisse nachzuspüren, wodurch unsere Kenntnis der Vorgänge nur vertieft werden kann. Ich halte meine Behandlungsweise mit der Lorentz-Wiechertschen für vollkommen gleichberechtigt, zumal sie von speziellen Vorstellungen über den Strahlungsvorgang viel unabhängiger ist, und der Meinung des Hrn. Abraham, daß sie dem „gegenwärtigen Stande der Theorie nicht entspricht“, kann ich nur subjektive Bedeutung zuschreiben.

1) H. A. Lorentz, Kon. Akad. v. Wetenschappen te Amsterdam Mai 1902.

Was die Realisierbarkeit des Überschreitens der Lichtgeschwindigkeit anlangt, so weise ich die Beanstandung des Hrn. Abraham um so mehr zurück, als er von den Gültigkeitsgrenzen der Wiechertschen Lösung ohne weiteres auf die der meinigen geschlossen hat. Allerdings müssen wir wegen des endlichen Energievorrates endliche Dimensionen des Elektrons annehmen. Bei Hrn. Abraham scheint sich nun aber die Meinung festgesetzt zu haben, daß man für die Gestalt der Elektronen durchaus Kugeln von unveränderlicher Gestalt anzunehmen habe. Es ist indessen schon von Searle¹⁾ darauf hingewiesen, daß eine bewegte Punktladung nicht als Grenzfall einer bewegten Kugel von verschwindendem Radius anzusehen ist, sondern als Grenzfall eines von ihm so genannten Heavisideschen Ellipsoids, dessen Achsen im Verhältnis $\sqrt{1-(v^2/c^2)}:1:1$ stehen. Wenn man daher die Dimensionen einer Punktladung berücksichtigen will, so muß man ein solches Ellipsoid zur Betrachtung heranziehen. Deshalb habe ich auch bei der Berechnung der elektromagnetischen Masse²⁾ ein Heavisidesches Ellipsoid zugrunde gelegt. Diese Annahme über die Elektronen, die sich zunächst als die einfachste empfahl, hat nun durch die neuesten Untersuchungen von H. A. Lorentz³⁾ eine wesentliche Stütze erfahren, indem er die negativen Ergebnisse der Versuche von Michelson und Morley, Rayleigh und Brace über den Einfluß der Erdbewegung auf optische Erscheinungen ebenso wie die Beobachtungen von Kaufmann an Becquerelstrahlen durch die Annahme Heavisidescher Ellipsoide für die Gestalt der Elektronen erklären konnte. Bei einem solchen Heavisideschen Ellipsoid ist nun die Überschreitung der Lichtgeschwindigkeit ausgeschlossen, weil dann die Größe $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ imaginär wird. Also führt auch die Berücksichtigung der endlichen Dimensionen des Elektrons hier zu dem von mir gezogenen Schluß.

Daß ein Elektron von unveränderlicher Kugelgestalt und endlichem Radius bei endlicher Raumdichte die Lichtgeschwindigkeit überschreiten könnte, will ich nicht bestreiten, obwohl ein Beweis dafür noch nicht erbracht ist, doch scheint es zweifelhaft, ob eine solche Möglichkeit für die Darstellung der Tatsachen von Bedeutung ist.

Im übrigen betrachte ich diese Angelegenheit so lange als erledigt, bis durch wirkliches Eingehen auf die noch zweifelhaften Fragen neues wissenschaftliches Material geliefert ist.

Würzburg, 7. Juni 1904.

1) G. F. C. Searle, *Phil. Mag.* (5) **44**. p. 333. 1897.

2) W. Wien, *Lorentz-Festschrift* p. 102. 1900.

3) H. A. Lorentz, *Akad. v. Wetensch. te Amsterdam* 27. May 1904.

(Eingegangen 8. Juni 1904.)

**17. Zur Heydweillerschen Kritik
meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion
ferromagnetischer Körper“;
von R. Gans.**

Hr. Heydweiller¹⁾ leitete auf thermodynamischem Wege Formeln für die Längenänderung eines Eisendrahtes in einem gleichförmigen Magnetfelde ab; ich zeigte²⁾, daß diese Formeln falsch sind, wies auf die Fehler des Hrn. Heydweiller hin und leitete die richtigen Formeln ab. Auf Hrn. Heydweillers Anregung hat Hr. Rensing³⁾ die Heydweillersche Formel durch Experimente bestätigt. Am Schlusse dieser Arbeit (und zwar der in den Annalen publizierten) findet sich ein Zusatz des Hrn. Heydweiller, in dem er meine Formeln kritisiert. Im Interesse der Sache muß ich auf diese Kritik eingehen.

Hr. Heydweiller behauptet, ich hätte auf einen Fehler in seinen Formeln aufmerksam gemacht, der darin bestanden hätte, daß ein Faktor $\frac{1}{2}$ versehentlich fortgeblieben wäre. Er gibt diesen Fehler zu, korrigiert seine früheren Formeln und behauptet, dieser Fehler bedinge nur eine Änderung in unmerklichen Korrektionsgliedern. Ich kann in meiner Arbeit nicht finden, daß ich bei der Besprechung der Heydweillerschen Fehler auf einen Faktor $\frac{1}{2}$ hingewiesen habe, sondern ich habe gezeigt, daß die magnetischen Drucke und Kräfte falsch angesetzt sind. Die korrigierten Formeln des Hrn. Heydweiller berücksichtigen diese Fehler nicht, sie sind noch immer falsch.

Sodann behauptet Hr. Heydweiller, „meine Formeln liefen wesentlich darauf hinaus, daß ich noch weitere Korrektionsglieder 2. Ordnung berücksichtige, deren Einfluß jenseits jeder erreichbaren Genauigkeit liege.“ Um diese Behauptung

1) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. 12. p. 602. 1903.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. 13. p. 634. 1904.

3) H. Rensing, Münsterer Diss. 1904 u. Ann. d. Phys. 14. p. 363. 1904.

zu widerlegen, will ich meine Formel für die Längsdilatation auf die Bezeichnungsweise des Hrn. Heydweiller bringen.

Meine Konstanten α und β stehen zu der Größe $\partial \mu / \partial p$ des Hrn. Heydweiller in der Beziehung

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = \frac{\alpha - \beta \sigma}{E}.$$

Differenziere ich meine Formel nach der Feldstärke, so ergibt sich

$$\frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial H} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial p} + \frac{(\mu - \mu_0) H}{4\pi E} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial H} - 2\sigma \right) \quad (\text{Gans}),$$

während Hrn. Heydweillers Formel lautet

$$\frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial H} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial p} \quad (\text{Heydweiller}).$$

Differentiation nach p ergibt

$$\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial H} = - \frac{E}{4\pi} \frac{\partial^2 B}{\partial p^2} - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial p} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial H} - 2\sigma \right) \left. \begin{array}{l} \\ - \frac{H(\mu - \mu_0)}{4\pi \mu_0} \frac{\partial^2 B}{\partial p \partial H} \end{array} \right\} \quad (\text{Gans}),$$

gegen

$$\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial H} = - \frac{E}{4\pi} \frac{\partial^2 B}{\partial p^2} \quad (\text{Heydweiller}).$$

Die Rensingschen Messungen zeigen nun, daß meine Zusatzglieder keineswegs Korrektionsglieder höherer Ordnung ohne praktische Bedeutung sind, denn nach der Heydweillerschen Gleichung ist für $H = 3,23$ und $p = 2 \cdot 10^6$

$$\frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial H} = 3,0 \cdot 10^{-8},$$

während nach meiner Formel $3,0 \cdot 10^{-8} + 4,5 \cdot 10^{-7}$ sich ergibt. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Formel für

$$\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial H}.$$

Für größere H nähert sich $1/\mu_0 \partial B / \partial H$ immer mehr der Einheit, und dann sind meine Zusatzglieder in der Tat nur Korrekturen.

Diese von mir angestellten Rechnungen auf Grund des von Hrn. Rensing erbrachten Zahlenmaterials erledigen von selbst den letzten Einwand gegen meine Gleichungen, daß sie der Prüfung durch den Versuch schwerer zugänglich wären.

Es sind zur Bestätigung meiner Formeln *genau dieselben* Messungen anzustellen, wie zur Bestätigung der Heydweillerschen Formel.

Richtig ist meine Formel im Sinne der Maxwellschen Theorie.

Die Messungen des Hrn. Rensing können infolge zu großer Ungenauigkeit nur über die Größenordnung der in Betracht kommenden Größen Aufschluß geben, wie unter anderem z. B. die Tatsache lehrt, daß er aus folgenden eigentlich gleich sein sollenden Zahlen das Mittel nimmt (p. 375)

12,6 44,4 21,4 51,1

Da übrigens E und σ von H etwas abhängig sind, hätte ich besser getan, in meinen früheren Gleichungen diese Größen mit unter das Integralzeichen zu stellen; so bedeuten sie Mittelwerte im betrachteten Intervall der H . Die jetzt umgeformten Formeln sind von dieser Ungenauigkeit frei.

Tübingen, Physik. Institut, 6. Juni 1904.

(Eingegangen 7. Juni 1904.)

***Ergänzung zu der Arbeit von H. Schuh,
zur Demonstration oszillatorischer Flaschen-
entladungen.***

Seite 205, Zeile 3 v. o. den Zusatz einzuschalten:

„Bei derartig großen Amplituden fallen dann die Maximal-elongationen der ersten größten Schwingung außerhalb des Fluoreszenzschirmes, die der zweiten oder dritten (je nach der Dämpfung) und alle folgenden in ihrer ganzen Ausdehnung auf denselben. Zur Demonstration ist es zweckmäßiger, kleinere Amplituden zu nehmen, bei denen auch die erste größte Schwingung schon vollständig auf den Fluoreszenzschirm fällt.“

(Eingegangen 16. Juni 1904.)

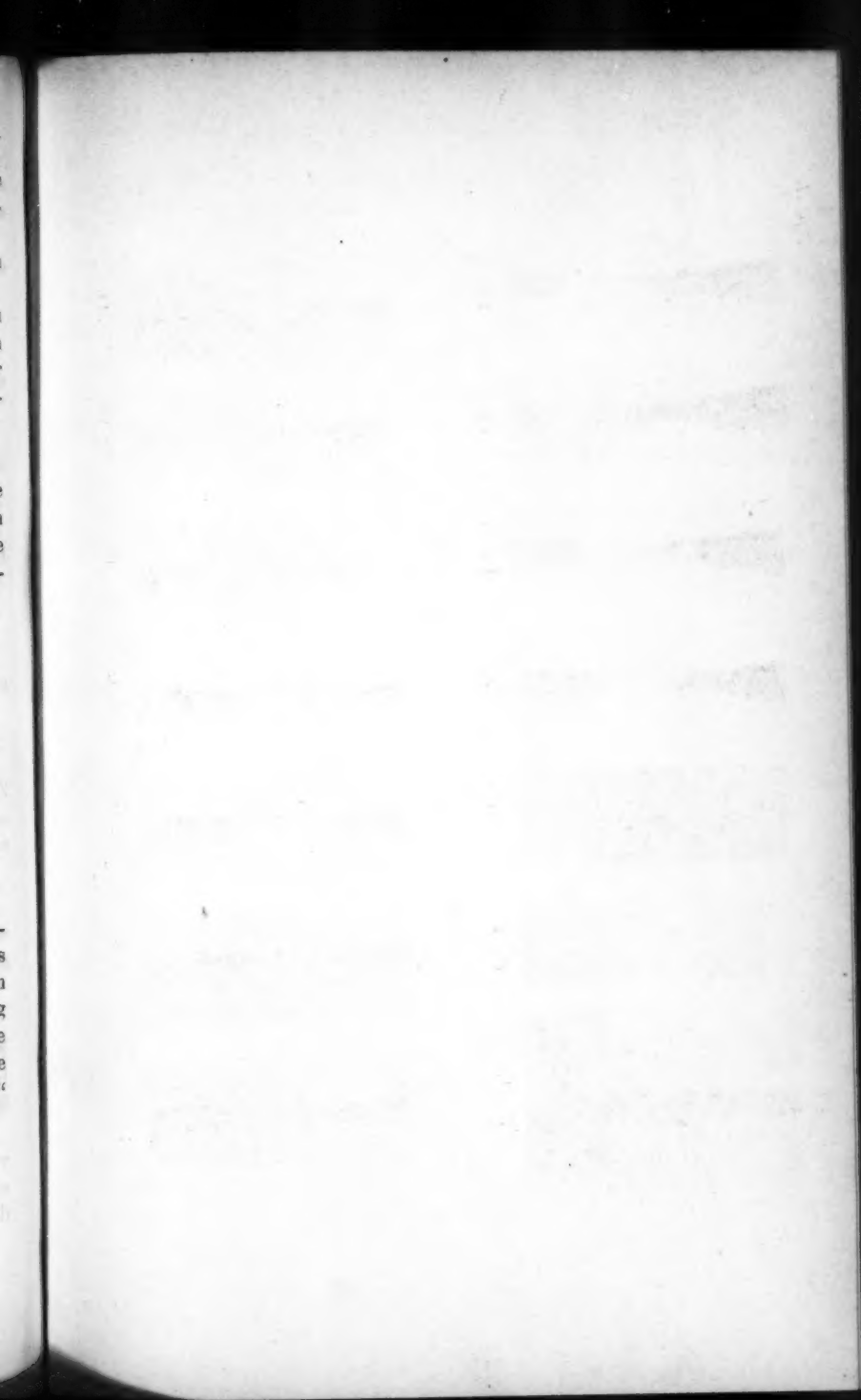




Fig. 1.



Fig. 2.

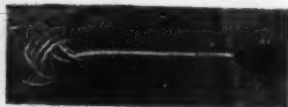


Fig. 3.

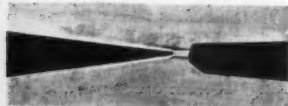


Fig. 4.

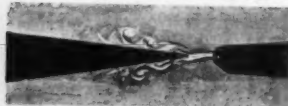


Fig. 5.

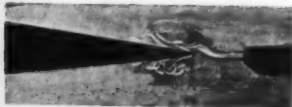


Fig. 6.



Fig. 7.



Fig. 8.

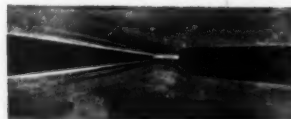


Fig. 9.



Fig. 10.



Fig. 11.

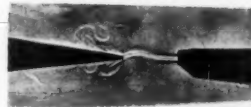


Fig. 12.

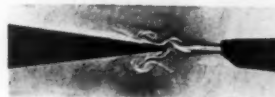


Fig. 13.



Fig. 14.



Fig. 19.

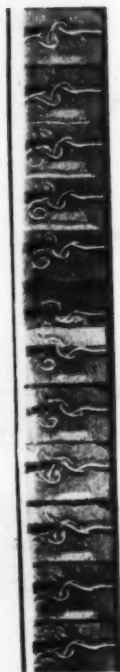


Fig. 18.



Fig. 21.

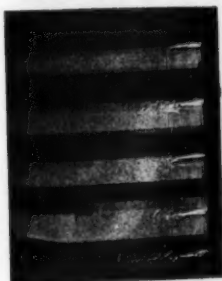


Fig. 20.



Fig. 17.

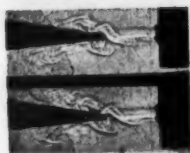


Fig. 16.

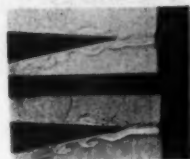


Fig. 15.

R. Wachsmuth.

W. H. G. 117

1812

1812

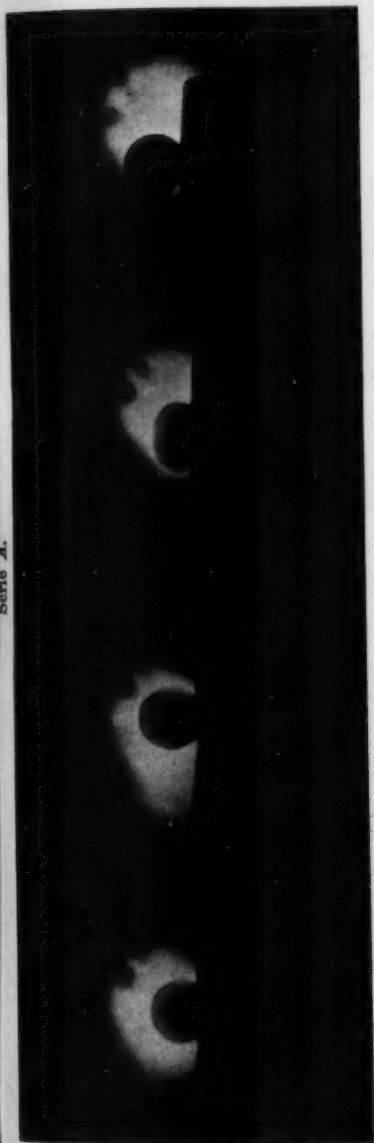
1812

1812

1812

1812

Serie A.



Serie B.

